

電磁気学討論資料集

1986

日本物理教育学会

物理教育資料集の発刊によせて

日本物理教育学会会長

大塚明郎

われわれの日本物理教育学会が物理教育にたずさわるものの研究交流の場として発足してから30余年になる。その間に会員の数もふえたが質も大きく変わった。一口に言ってすばらしく向上した。すべての事は人に依るというように人が変わってそれにつれて学会の活動も変わるが、その間にフェーズラグがあるのは仕方がない。その遅れを小さくするために「あり方委員会」（委員長 大塚誠造）がつくられはしたが、抽象的に望ましいあり方を考えるにしても、その前に望ましい学会活動が具体的に提案されて、それが推進されるような「あり方」こそが望ましいであろう。

その提案の一つが今回出版されることになった電磁気学通信討論資料集である。ここには特徴が二つあると思う。一つは初めの問題提起がよい（五十嵐）二つはdebateの面白さがある。ただし、debateの面白さと物理学の理解にconsistencyがあるのとは別のことである。後者は物理教育としては満たすべき条件だから読者の判断・評価に委ねたいところで筆者は立ち入らないがよいと思う。いいたいことはdebateでは論理の展開の仕方が重要で、感情的発言ととられると却ってマイナスになりうるということである。

序に、といって軽いというつもりはないが、学会は会員の会だから、会の活動に対してはいつも会員のタメになるという評価尺度があると抽象的に言うことは易しいが、実際には難しい尺度である。会員にはいろんな人がいるのでだれにでもタメになるという活動は少ないだろう。会員を大分けすると、理論型と実験型とか、高等教育向けとか中等教育向けとかも考えられる。もっと現実的に、現在の教育の改善の範囲内だけを考える人もあろうが、凡そ物理教育とはと理想追及を考える人もあろう。だいたい当てもはつきりしない「タメになる」などいう尺度なんか考える要はない。「タメにす」ればいいのだからという人もないわけではない。何を対象とするにせよ研究者はけっきょう動機こそが重要で「タメになる」など成果が出た後の自己評価の気安めに考えるだけであるともいう。

しかし研究者（とくにその発表者）よりも研究成果利用者の方がはるかに多いのは学会共通の事実であって、その比はおそらく $1/10 \sim 1/5$ ぐらいだろう。それにしても年会に参加する人はこれまた $1/10 \sim 1/5$ だろうから、「タメになる人」または「する人」は研究成果利用者の中でも印刷物による人が断然多いと断定してよいだろう。通信討論資料集のレイゾンデートル依って件の如し、しかもこれには研究動機まで書いてあるというおまけまであるのがある。もっともこうした資料集を無料配布できるかどうかは全々別問題であることを付記しなければならない。

電磁気学討論資料集発刊の経緯

最近日本物理教育学会誌に電磁気学特にローレンツ力に関連した現象の指導についての新しい提案、また誤りの指摘があったのに対して支持する立場、批判する立場からの投稿が相つぎました。そのまま会誌上で討論をつづけていると何年かかれば収束するかわからない状態になりましたので、会誌33巻1号72ページ(1985)に公告しましたように編集委員会では電磁気に関し投稿されている論文をすべて保留扱いとし、投稿された方その他数名の参加者との間で通信討論を続けてまいりました。

当初保留扱いとなったのは染谷太郎、勝木渥、三門正吾、平山修各氏の論文で、最初の通信では、三門、染谷両氏の補足コメントとともに上記4氏の論文が送付されました。

その後交換された論文は以下のとおりであります。

第1回締め切り分

染谷太郎 : 相互誘導起電力の起源を読んで
三門正吾 : 通信による電磁気討論(1)
柴田普平 : コの字形のレール上を動く導体棒の問題に関して
田中初次郎 : 電磁誘導の実験装置と物理的考察

第2回締め切り分

三門正吾 : 電磁場の相互作用(染谷先生の批判に答える)
染谷太郎 : 通信による電磁気討論(1)(三門)を読んで
中山正敏 : 電磁誘導とローレンツ力の関係について
五十嵐靖則 : 通信による電磁気討論(1)
勝木 渥 : 染谷氏の「平行二直線電流間力の検討」に対する見解

第3回締め切り分

五十嵐靖則 : 通信による電磁気討論(2)
柴田普平 : ローレンツ力による電磁気誘導現象の説明について
三門正吾 : 通信による電磁気討論(3)
金城啓一 : 導体を動かした場合の電磁誘導現象について
染谷太郎 : 批判に対する反論
霜田光一 : 電磁誘導とローレンツ力の討論

個々の往復文書は原則として公表しないとの了解の下に始めた通信討論ではありますが、その間交わされた膨大な文書に比べ会誌の特集ではページ数の制限等のため、一般会員に伝えられる情報は極めて制限されることになります。本小委員会ではこの論争で参加者諸氏が真剣に議論した詳しい内容を、なんとかお伝えし今後会員諸氏による評価や議論のより一層の発展に役立てたいと、本資料集を出版することにいたしました。

本資料集に原稿をお寄せくださった先生方、ならびに巻末に掲載した電磁気論文内容別一覧をまとめてくださいました柏木理事にお礼を申し上げます。

電磁気学通信討論小委員会

目 次

1. 電磁誘導とローレンツ力の討論	霜田光一 . . . 1
2. ローレンツ力による電磁誘導起電圧の発生機構の説明	五十嵐靖則 . . . 4
3. 導体を動かした場合の電磁誘導について	金城啓一 . . 13
4. 電磁誘導とローレンツ力について	中山正敏 . . 19
5. ローレンツ力起源の起電力の説明について	柴田普平 . . 29
6. 「物理教育」が問題なのだ	勝木 渥 . . 46
7. 電磁気学通信討論の要約	染谷太郎 . . 49
8. 平行二直線電流間に働く力について	三門正吾 . . 54
9. 相互誘導起電力の起源についての補足	平山 修 . . 58
10. 変動する電磁場の相互作用	三門正吾 . . 68

付 録

1. 「物理教育」電磁気論文内容別一覧
2. 「物理教育」電磁気論文一覧

電磁誘導とローレンツ力の討論

慶応義塾大学 理工学部

霜田 光一

教育の現場では、同じ単位のボルトで計られる電圧と電位差と起電力との相違をことさらにとり上げないで済ますこともある。しかし電磁気学討論となると、電場、電位、電磁誘導電場などの用語それぞれのの概念を明確にしておく必要がある。今回の通信討論で、その一部が明らかになりつつあるが、この際、これらのまぎらわしい用語と電磁誘導現象の理解に関して筆者の見解を述べる。

物理の教科書や多くの電磁気学の本で、電場と起電力の取扱いに誤りがあったり、不正確で不十分な記述であったりしている。筆者は1974年本学会誌で「電磁誘導の説明の混乱や誤解について」述べた。しかし、電磁誘導をどのように教えたらいいか、教科書の説明をどう書いたらよいか、などは残された問題である。今回の通信討論に関連して、筆者の見解を簡単に述べてみたい。

混乱や論争の多くは、電場（電界）、静電場、誘導電場、放射場、および起電力の定義、解釈、理解などの不一致や不用意な用法にあって、それに伴う誤解や論点の相違が論争を拡大したと思う。これまでのたいていの物理教育では、静電気学で電場すなわち静電場を導入し、後から電磁誘導を扱うが、そのとき電場の概念をどう変えるのか、どう拡張するのか、あいまいなままにしている。典型的な誤りは

- a) 電場は必ず電位の勾配で表わされる。すなわち、電場が存在すれば電位差がある。
- b) 電磁誘導は $V = -d\Phi/dt$ (1) で表わされる。
- c) 電磁誘導は $\vec{E}_{ind} = \vec{\nabla} \times \vec{B}$ (2) で表わされる。
- d) 電磁誘導は $\text{rot } \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$ (3) で書ける。
- e) 導体（抵抗体）の内部に静電場はない。

などであって、いずれもある条件の下では正しいが、一般には正しくないものである。その他、問題になるのは

f) 導体内の電子にローレンツ力がはたらくのは、電場の存在と同等である。

という表現であって、誤解を誘発し易い。静電気現象で電荷 Q にはたらく力を $\vec{F}$ とすると電場は $\vec{E} = \vec{F}/Q$ であるとするには問題はない。電磁誘導を考えるときに、これを保存するのか、修正するのか、限定するのかを明らかにしないのが問題である。

これらに対する筆者の回答はほとんど文献 1) の結論に含まれているので、下にそのコピーをのせるが、この中で、式 (1~3) は上記と同じ番号を指す。

起電力のベクトル、すなわち単位電荷にはたらく力 $\vec{F}$ に (2) が得られる。
は、電磁気学の教科書にあるように

$$\vec{F} = \vec{E}_s + \vec{v} \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (9)$$

と表わされる。ただし、 $\vec{E}_s$ は静電場、 $\vec{A}$ はベクトルポテンシャルである。静電場に対してはいつでも $\text{rot } \vec{E}_s = 0$ であるから、閉回路の起電力に E_s は現われない。

1) もしも回路 (積分路) をつくっている物体が動かないときには

$$\begin{aligned} V &= - \oint \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \iint_C \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ &= - \frac{d\phi}{dt} \end{aligned} \quad (10)$$

となり、(1) が得られる*。

2) もしも磁束が時間的に変化しないならば、起電力は式 (9) の第 2 項で与えられるから、これから直ち

3) 一般に、回路も磁束密度もともに時間的に変化するときには、式 (9) の $\vec{v} \times \vec{B}$ と $\partial \vec{A}/\partial t$ がともに起電力に寄与する。この場合は、 $\partial \vec{A}/\partial t$ の項の計算で、式 (10) のように空間積分と時間微分の順序を入れかえることはできない。すなわち、この項は

$$- \oint \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \cdot d\vec{l} = - \iint_C \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (11)$$

としなければならない。これは式 (3) に等しい。 $\vec{v} \times \vec{B}$ による誘導電圧はこの場合も式 (2) で与えられる。したがって、正しい電磁気学の法則 (9) に相当する結果を与えるためには、電磁誘導電圧として (2) と (3) の和をとらなければならない。

* 回路をつくっている物体が導体の場合だけでなく、絶縁体や真空についても成立つ。

次に、今回の論争に関連して補足説明しよう。電磁誘導についての誤解を避けるため、適切な用語の定義と用法を以下のようにしたいと思う。

1. 静電場は静電ポテンシャル ϕ_s をもち、 $\vec{E}_s = -\text{grad } \phi_s$ で表わされる。

2. 電流や磁場の時間変化があるとき、速度 $\vec{v}$ をもつ電荷 Q にはたらく力 (ローレンツ力) は

$$\vec{F} = Q (\vec{E}_s + \vec{v} \times \vec{B} - \partial \vec{A} / \partial t) \quad (4)$$

3. 電流や磁場の時間変化があるとき、時間変化する電場は

$$\vec{E} = \vec{E}_s - \partial \vec{A} / \partial t \quad (5)$$

4. 回路の誘導起電力は

$$V_e = \oint (\vec{v} \times \vec{B} - \partial \vec{A} / \partial t) \cdot d\vec{s} \quad (6)$$

とするのがよい。すなわち

電場 $\vec{E}$ には $\vec{v} \times \vec{B}$ が含まれていないが、誘導起電力 V_e には含まれる。

したがって、 $-\partial \vec{A} / \partial t$ を誘導電場と呼んでもよいが、 $\vec{v} \times \vec{B} - \partial \vec{A} / \partial t$ は電場でないから、これを誘導電場と叫ばない方がよい。ただし、誘導起電力が誘導電場だけによるものでないことに注意しなければならない。

なお、時間変化が遅い場合に $\vec{E}_s$ は静電ポテンシャル ϕ_s で表わされる。ベクトルポテンシャル $\vec{A}$ とスカラーポテンシャル ϕ には、ゲージ変換による任意性がある。 $\vec{A}$ と ϕ をゲージ変換して別の $\vec{A}$ と ϕ に変えても

$$\vec{E} = -\text{grad} \phi - \partial \vec{A} / \partial t \quad (7)$$

は変わらないが、 $\vec{E}_s = -\text{grad} \phi$ は変わる。とくにローレンツゲージを採用すれば、 $\vec{E}_s$ はその時の電荷分布だけで決まるので、 $\vec{E}_s$ を準静的電場と呼び、 $-\partial \vec{A} / \partial t$ を放射場ということができよう。しかし、一般には（よく使われるクーロンゲージなどでは）そのように2つの項を分離して呼ぶのは適当でないと思う。

どのゲージをとっても一般に $\text{rot} \vec{E}_s = 0$ であるから、前述のように誘導起電力には $\vec{E}_s$ は関係しない。しかしこのことは、コの字形レールや変圧器の実験などで、いつも $\vec{E}_s = -\text{grad} \phi$ が0であることを意味しない。磁場の中を運動する導体上の2点間には電位差が生じる。閉回路をつくって誘導電流が流れるとき、誘導起電力を生じている所では $\vec{E}_s$ は誘導電流と逆向き、誘導起電力のない所では $\vec{E}_s$ は誘導電流と同じ向きである。すなわち $\vec{E}_s$ は逆起電力によって生じるということができる。

以上の議論では、相対論的座標変換は考えないことにした。また、ローレンツ力の反作用には電磁運動量を考えなければならないことについても、ここでは触れないことにした。なお筆者には“放射電場”を考えることの必要性や利点がよく分らないので、放射電場についてはノーコメントである。

文 献

- 1) 霜田光一：物理教育 20 (1972) 7.
- 2) 霜田光一：物理教育 25 (1977) 113, および 198.

ローレンツ力による電磁誘導起電圧の 発生機構の説明

都立赤城台高等学校

五十嵐靖則

概要 問題の所在は、１．導体中に存在する電場について、 ２．誘導起電圧の発生の機構について、 ３．ローレンツ力の分力が電子に仕事をしていると考えることについて、である。これらの問題点について、議論を深め、正しい認識を得るようにしたい。

１．導体棒内に存在する電場について

図１の回路で、磁場 $\vec{B}$ 内を一定の速さ v で、磁場に対して垂直に運動する導体棒（長さ l 、抵抗 r ）内に存在する電場について考えてみる。

話を混乱させないために、観測者は磁場に対して静止しているものとして議論を進める（高校教科書のとっている立場）。

電磁気の基本原則から、導体棒内には、ローレンツ力によって押し動かされた電子の電荷分布の偏りが、導体棒の側壁と棒の両端 A B に生じ、この電荷分布の偏りによる電場が側壁間に $\vec{E}_H$ （向きは $-x$ 軸向き）と棒の両端 A B 間に $\vec{E}_e$ （向きは $+y$ 軸向き）とが出来

る。これらはいずれも静電場である。

導体棒内には、これ以外の電場は存在しない。
観測者が磁場に対して静止しており、又磁場の強さが一定であるので、誘導電場は存在しない。

この導体棒内に存在する $-x$ 軸向きの静電場 $\vec{E}_H$ の大きさ E は論文Ⅱ⁽²⁾ の(4)式に示した様に、

$$E = \frac{V_{AB}}{\ell} = \left(\frac{R}{R + \gamma} \right) \gamma \cdot B \text{ [V/m]}$$

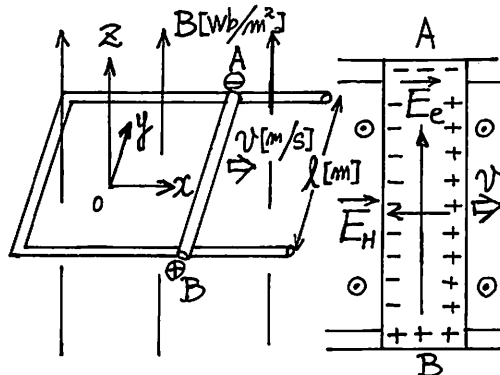


図1

であり、この電場によるAB間の電位差は、決して、 $V = \gamma \cdot B \ell$ [V] にはならず、

$$V = E \ell = \frac{R}{R + \gamma} \gamma \cdot B \ell \text{ [V]} \text{ となり、誘導起電圧 } V_E = \gamma \cdot B \ell \text{ [V]} \text{ を得ることは}$$

出来ない。これは当然のことで、誘導起電圧の原因が静電場ではないからである。

2・誘導起電圧の発生機構について

一見すると、外部回路に対して、導体棒のAB端に生じた電荷の偏りによる電場によって、電流が流れ出て行く様に見えるが、これは、たえまない電荷の蓄積（電荷のくみ上げ）が導体棒AB間にあつてこそ起こることである。導体棒のBからAへ、たえず、静電場 E に逆らって、電子を押しやる力が働き、電子に仕事をしやらないと、電荷のくみ上げは起こらない。即ち、電子を静電場に逆らって、押し上げる仕事をするもの、これが起電圧の原因となるものである。今の場合、この力がローレンツ力（正確にはローレンツ力の導体棒の軸方向の分力 f ）であったわけである。

3・ローレンツ力の分力が電子に仕事をしていると考えることについて

ところで、電子に働いている力は、磁場からのローレンツ力 $\vec{F}$ と、電荷分布の偏りによ

る静電場 $\vec{E}_H$ (ホール電場) からの力 f_H と静電場 E_e からの力 f_e 、そして正イオンとの衝突による摩擦力 $\vec{F}_f$ とである。

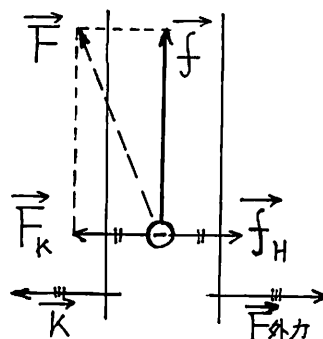
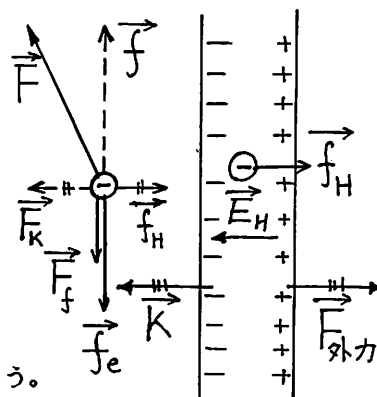
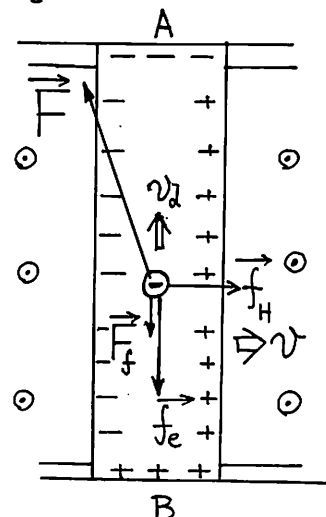
導体棒を動かすために外から加えている力 $\vec{F}_{外力}$ は、電子に直接は働かない。このことに注意する必要がある。

導体棒に働く力は、導体棒を一定の速さで動かすために外から加えている力 $\vec{F}_{外力}$ と電子がホール電場から受ける力の反作用の力の合力、即ち、電子がホール電場に及ぼしている力の合力 $\vec{K}$ (フレミングの左手の法則の力) とである。

エネルギーの流れ (授受) を考えると次の様になる。

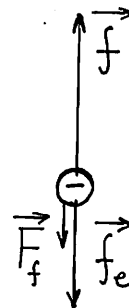
外力 $\vec{F}_{外力}$ によって導体棒になされた仕事は、電子がホール電場に及ぼしている合力 $\vec{K}$ (フレミングの左手の力) に仕事をする。この結果として、作用反作用の法則から、電子はホール電場から f_H の力を受け、電子集団はホール電場から、等量の仕事をもらう。

電子に注入されたこの仕事 (外力によって注入されたエネルギー) は、ローレンツ力の $-x$ 軸方向の分力 $\vec{F}_K$ に仕事をする。ローレンツ力の分力 $\vec{F}_K$ は、力 f_H によって、電子に注入されたエネルギーを吸収すると同時に、ローレンツ力の他の分力 $\vec{f}$ (導体棒の軸方向、即ち、 $+y$ 軸向きの分力) は、それと等量の仕事を電子に行い、電子の x 軸向きの運動を、 $+y$ 軸向きの運動に変換している。即ち、ローレンツ力は、外部から注入された x 軸方向の運動に伴うエネルギーを、そ



れと垂直な向きの $+y$ 軸方向の運動に伴うエネルギーに変換している。

この様にして、ローレンツ力の分力 $\vec{f}$ は、摩擦力 $\vec{F}_f$ や静電場による力 $\vec{f}_e$ に打ちかって、電子に正の仕事をし、電荷をくみ上げ、起電圧を生み出している。



参考文献

(1) 五十嵐靖則, 物理教育VOL. 31 (1983) 158 (NO・3)

「ローレンツ力による電磁誘導現象の混乱や誤解について」

(2) 五十嵐靖則, 物理教育VOL. 32 (1984) 194 (NO・3)

「ローレンツ力による電磁誘導現象の説明」—ローレンツ力は真に仕事をしないか—

(3) 五十嵐靖則, 物理教育VOL. 34 (1986) (NO・1)

「電磁誘導起電圧の発生機構とローレンツ力」

ローレンツ力による電磁誘導現象の説明の 混乱や誤解について

五十嵐 靖 則*

(1983 年 6 月 10 日受理)

本年度より使用されている高校物理の多くの教科書で、以下に示すような誤りや混乱があるようなので、それを指摘し、読者諸先生方にご議論を頂き、電磁誘導の正しい理解に役立てて行きたいと願うものである。尚、以前に、霜田先生より「電磁誘導の説明の混乱や誤解について」¹⁾の議論がありましたが、ここで話す内容については、触れられていませんので、敢えて紹介させていただきます。

図1に示すような、磁束密度 $B[\text{Wb/m}^2]$ の一様な磁場内を、長さ $l[\text{m}]$ の導体棒 AB が、磁場に垂直に、一定の速さ $v[\text{m/s}]$ で運動するとき、導体棒 AB の両端には、よく知られているように、誘導起電圧(起電力) V が、 $V = vBl[\text{V}]$ 発生する。

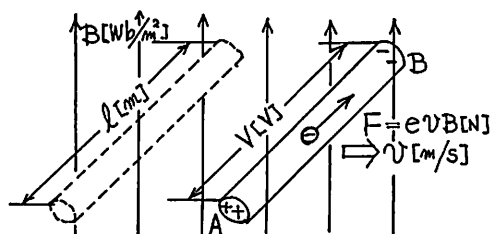


図1 一様な磁場内を導体棒が運動する場合

この起電圧が発生する原因を、ローレンツ力によって説明しようとする部分に、誤りがある。

多くの教科書の議論の進め方は以下の通りである。
 $F \cdots$ 導体内の電子にはローレンツ力が A から B の向きに、大きさ $F = evB[\text{N}]$ 働く。この結果電子は A から B へ移動して行く(ここまでの議論は正しい)、これは、あたかも、B から A の向きに、電場が存在しているのと同じであるから……と、B から A の向きに、大きさ $vB[\text{V/m}]$ の電場が生じたとし、この電場によって、導体棒 AB 間には、起電圧 $V = El = vBl[\text{V}]$ が生ずると

している。

この議論は本末転倒もはなはだしく、何のためにローレンツ力によって、起電圧の発生を説明しようとしたのか、まったく意味をなしていない、そればかりでなく重大な誤りをおかしている。電荷に力を及ぼすのは、電場のみであるときめつけている点に混乱と誤解の原因がある。電場が存在しなくても、電荷が磁場内を運動すれば、この電荷には力が働く。この力こそがローレンツ力ではなかったのか。

導体棒に $V = vBl[\text{V}]$ の電圧が発生することを、電場を用いて、 $V = E \cdot l$ として導こうとすることにむりがあり、混乱をまねく大きな原因になっているように思われる。コの字型のレールの上を導体棒が運動している場合

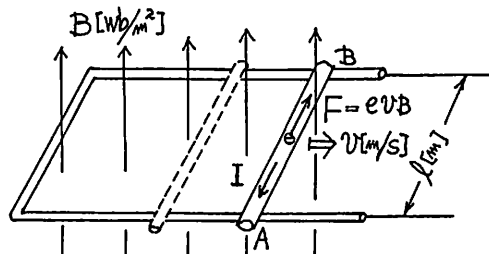


図2 コの字型のレールの場合

(図2参照)にも使える説明の仕方は、以下のようにすればよい。

導体内の電子にローレンツ力が働くために、電子はA端からB端へ移動する。このとき、ローレンツ力が単位電荷当りにする仕事が、AB間に生ずる起電圧Vであるとするれば、混乱も誤解もなく、説明の主旨通り、起電圧発生の原因をローレンツ力によって説明できたことになる。

即ち、 $V = W/q = F \cdot l / e = evB \cdot l / e = vBl[\text{V}]$ 。

尚、磁場が一定で、観測者が磁場に対して静止している限り、導体棒が一定の速度で運動しても、導体棒を含

* 東京都立赤城台高等学校

めた空間には、静電場は存在しても（導体棒内ではAからBの向き、コの字型の閉回路の場合には、棒AB内には静電場も存在しない）、動電場は存在しないことを確認しておくことが大切である。観測者が運動する場合を含めて、参考文献2に詳しく述べられているので、参考にして頂きたい。

ここで取り上げた誤りの例は、高校教科書だけでなく、電磁気の専門書でも見掛けることがあるので、注意したい。

参 考 文 献

- 1) 霜田光一：「電磁誘導の説明の混乱や誤解について」，物理教育学会誌，20（1972）1，p.7.
- 2) Edward M. Purcell: 「electricity and magnetism」 berkeley physics course Vol.2 Macgraw-hill, p.228. バークレー物理学コース2，電磁気，飯田修一監訳（丸善），p.281.
David Halliday and Robert Resnick 「Physics」 Part 2, Chap. 35-7. p.783 (3 d edition). John Wiley & Sons (1978).

ローレンツ力による電磁誘導現象の説明

——ローレンツ力は真に仕事をしないのか？——

五十嵐 靖 則*

(1984 年 6 月 14 日受理)

本誌の談話室に私が投稿した論文¹⁾に、金城、青野両先生から意見が寄せられ²⁾、この問題に対して、強い興味と関心を持って頂けて大変有りがたく思っております。また、須藤先生にも問題として取り上げて頂いた³⁾ことに感謝しております。

私の論文にも、紙数の関係で十分意を尽した議論ができなかったこともあり、一部不正確な箇所があり、金城先生から御指摘を頂きましたが、金城先生、青野先生の御議論の中で、誤解をなさっている所がありますので、次の点に重点をしばって議論を深めておきたいと思います。それは、『一様な磁場内のコの字型レール上を一定の速度で運動する導体棒に誘導される起電圧』について、であります。

図1に示す様に、磁束密度 B [wb/m²] の一様な磁場内に、面を磁場に垂直に向けたコの字型のレールを固定し、このレール上を、辺 CD に平行に導体棒 AB を乗せ、一定の速度 v [m/s] で図の矢印の向きに運動させるときの、①導体棒 AB に誘導される起電圧 V_E 及び、②導体棒 AB 間の電圧 V_{AB} 、及び③導体棒 AB 内に生じている(静)電場 E の大きさと向き、等を議論し求めてみたい。ただし、観測者は磁場に対して静止しているものとし、またコの字型のレールの抵抗 ($BCDA$ 間の全抵抗) は R [Ω]、導体棒 AB の抵抗は r [Ω] であるものとする。

(1) 導体棒 AB に誘導される起電圧

回路に一定の大きさ i [A] の電流が流れている定常状態を考える。この状態で、電子に働く力は、ローレンツ力 $\vec{F}$ と、導体棒の両端 AB に生じた電荷分布の偏りによる電場 (向きは B から A) からの力 $\vec{f}_e$ と、衝突によって生ずる抵抗 $\vec{F}_r$ 及び、導体棒 AB の側壁に生じた電荷分布の偏りによる電場 (向きは、向って左向き、ホール電場) から受ける力 $\vec{f}_H$ の4種類で、これらの力の合

力は零となっている (図2及び図3参照)。

このとき、導体棒内の電子を B 端から A 端へ向けて移動させている力は、ローレンツ力 $\vec{F}$ の棒の軸方向の分力 $\vec{f}$ である。 $\vec{f}$ は図から、 $\vec{f} = -e\vec{v} \times \vec{B}$ 。電子はこの力 $\vec{f}$ を受け (抵抗 $\vec{F}_r$ と電場 $\vec{E}$ からの力 $\vec{f}_e$ の合力が零の状態となる) 流動速度 (ドリフト速度) $\vec{v}_d$ で、 B から A へ移動して行く。

従って、ローレンツ力 $\vec{F}$ が電子を B から A へ移動させて行くときの仕事 W は、 $W = F \cdot l \cos \theta = f \cdot l = evl$ [J]。誘導起電圧 V_E は、ローレンツ力が単位電荷当りにする仕事に等しいと考えると^{1,4)}、 $V_E = W/e = F \cdot l \cos \theta / e = f \cdot l / e = evl / e = vBl$ [V] (1) を得る。この起電圧は、当然のこととして、ドリフト速度 v_d には無関係である⁵⁾。

(2) 導体棒 AB 間の電圧

図1で考えた回路は、図4に示すような回路図に置き

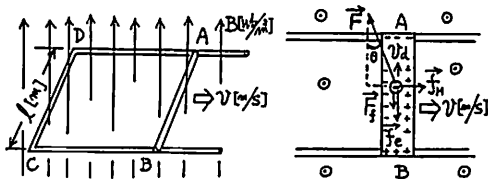


図 1

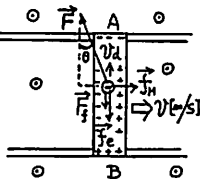
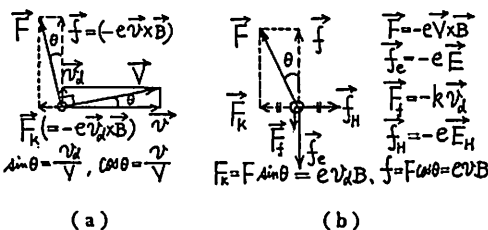


図 2



(a)

(b)

図 3

* 東京都立赤城台高等学校

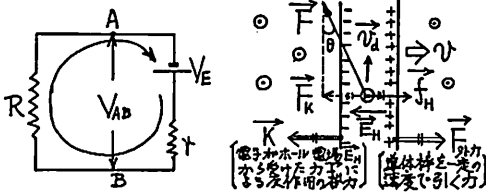


図 4

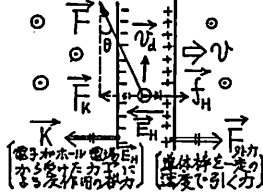


図 5

換えて考えることができるので、回路を流れる電流 i が、

$$i = V_E / (R + r) = v l B / (R + r) \quad \text{[A]} \quad (2)$$

と求まり、導体棒 AB 間の電圧 V_{AB} は、

$$V_{AB} = V_E - i r (= i R) = v l B R / (R + r) \quad \text{[V]} \quad (3)$$

と求まる。

(3) 導体棒 AB 間に生ずる電場

導体棒 AB 間に生じた、B から A 向きの電場 $\vec{E}$ は、ローレンツ力によって移動させられた電子が作る、電荷分布の偏りによるものであるから、静電場であり、次の様に求めることができる。即ち (3) 式から、

$$E = V_{AB} / l = \frac{v l B R}{R + r} \cdot \frac{1}{l} = \frac{R}{R + r} \cdot v B \quad \text{[V/m]} \quad (4)$$

導体棒 AB に抵抗 r が存在するときは (電子の流動速度 v_d を考えるときは)、金城先生が議論され導かれた結果 ($E = vB$) とはならない。くどい様であるが、『電場 E の向きは、決して、多くの教科書に書かれている様な、電流が流れている向き (起電圧の向き、A から B 向き) ではなく、B から A の向き』である。

導体棒 AB 間の抵抗が零の場合を仮に考えると、このときの電場は、B から A の向きに、大きさ $E = vB$ [V/m] となる。また、外部回路の抵抗 R が仮に零の場合 ($r \neq 0$) は、(2), (3) 式から、 $V_{AB} = 0$ となり、導体棒 AB に沿っての電場 E は零となる。このことは、不十分ではあるが、論文 1) で私が述べたことである。

(4) フレミングの左手の法則とローレンツ力

電子に働くローレンツ力 $\vec{F} (= -e \vec{v} \times \vec{B})$ の導体棒 AB の軸に垂直な方向 (導体棒の運動の方向) の分力 $\vec{F}_K$ は、大きさ $F_K = F \cdot \sin \theta = e v B \sin \theta = e v_d \cdot B$ で、向きは導体棒の運動の向きと逆向きである (図 3 及び図 5 参照)。

このローレンツ力の分力 $\vec{F}_K$ は、導体棒の側壁に電子を押しやり、両側壁に電荷分布の偏りを生じさせる。この電荷分布の偏りによって、新しい電場 $\vec{E}_H$ (先に述べておいた、ホール電場) が、ローレンツ力の分力 $\vec{F}_K$ と釣り合うように生ずる。ホール電場 $\vec{E}_H$ は次の様に求まる。

$$\begin{aligned} \text{即ち、} \vec{f}_H + \vec{F}_K &= 0 \quad \therefore (-e \vec{E}_H) + (-e \vec{v}_d \times \vec{B}) = 0 \\ \therefore \vec{E}_H &= -\vec{v}_d \times \vec{B} \end{aligned} \quad (5)$$

このホール電場から、各電子は $\vec{f}_H$ の力を受け、その反作用として、電子は導体棒を左向きに押し返す。このとき、導体棒全体に働く左向きの力 $\vec{K}$ の大きさは、次の様に求まる。即ち、 $K = e \cdot n s l \cdot E_H = e n s l \cdot v_d B = e n s v_d \cdot l B = i \cdot l B$ (N)。ただし、 n は電子数密度、 S は断面積である。

これは、フレミングの左手の法則による力に他ならない。従って、フレミングの左手の法則に従う力は、ローレンツ力 $\vec{F}$ の導体棒の運動方向の分力 $\vec{F}_K$ ($F_K = e v B \cdot \sin \theta$) が原因であると考えられる。

(5) ローレンツ力は仕事をしている

導体棒内の電子は、 $\vec{v}$ と $\vec{v}_d$ の合成速度 $\vec{V}$ で磁場内を運動していることになり、電子に働くローレンツ力 $\vec{F}$ は、この運動の向きに垂直であるから、一見すると、ローレンツ力は電子に仕事をしない様に思えるが、そうではなく、これまでの議論からわかる様に、ローレンツ力の分力 $\vec{f}$ によって、電子はその力 $\vec{f}$ の向きに動かされ仕事をもらい、結果として導体棒 AB に起電圧 V_E が生じたのである (ローレンツ力の分力 $\vec{f}$ は電子に正の仕事をしている)。一方、ローレンツ力の他の分力 $\vec{F}_K$ は、フレミングの左手の法則の力を生み出し、外から仕事をもらっている (ローレンツ力の他の分力 $\vec{F}_K$ は電子に負の仕事をしている)。即ち、ローレンツ力の分力 $\vec{F}_K$ (正確には図 5 に示された力 $\vec{K}$) に打ち勝って、外から、ローレンツ力の分力 $\vec{f}$ が電子にした仕事と等量の仕事 (エネルギー) が注入されている。

このとき、外からのエネルギーの注入は、導体棒を一定の速度で引く力 (外力) によってなされていることは言うまでもない。

この様なわけで、一見すると仕事をしないかに見えるローレンツ力は、磁場内を自由に運動することを制限されている導体棒内の電子に、正の仕事をすることがあるのであり、また同時に、等量の負の仕事をもしているのである。

このとき、ローレンツ力の全仕事量が零となっているからといって、ローレンツ力は仕事をしないんだと決めつけることは、危険であり、十分慎重に議論されねばならない。

以上のことから、一見不思議な振舞いをするローレンツ力が、力学的なエネルギーを電氣的なエネルギーに、変換する重要な働きをしていることがわかる。この意味で、「電磁誘導が存在するならばローレンツ力が働く」のである云々の議論⁶⁾は、必ずしも正しくはないと思う。

霜田先生が以前に議論された⁷⁾ように、電磁誘導現象

は、 $\text{rot } \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$ からすべて説明できないし、また、ローレンツ力だけでも説明できない⁴⁾。両者の考えがあって初めて、いろいろな場合の電磁誘導現象が説明できるのであることを再確認しておきたい。

最後に、私の論文¹⁾が出た後すぐに、東京医大の和田義正先生から貴重な御議論を寄せて頂きましたことを記し、先生に感謝の御礼を申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 五十嵐靖則：物理教育 Vol. 31 (1983) 158 (No.

3)。

- 2) 金城啓一：物理教育 Vol. 32 (1984) 40 (No. 1).
青野修：物理教育 Vol. 32 (1984) 40 (No. 1).
3) 須藤喜久男：物理教育 Vol. 32 (1984) 80 (No. 2).
4) KBCK 物理，基礎編，第 8 章，p. 195~196，朝倉書店
5) 金城啓一：2) に同じ。
6) 青野修：2) に同じ。
7) 霜田光一：物理教育 Vol. 20 (1972) 7 (No. 1).
8) ファインマン物理学，Ⅲ，電磁気学，第 17 章，p. 212，岩波書店。

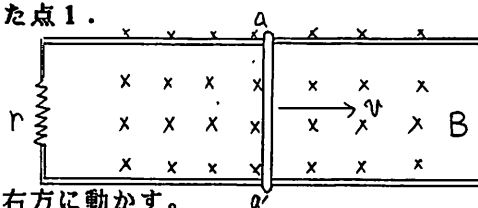
導体を動かした場合の電磁誘導について

春日部女子高等学校

金城啓一

大部前に、この辺りの問題について五十嵐先生と同じ問題を感じ、勉強し、幾度か研究会に報告したことがあるがその頃は殆ど関心を示していただけなかった。今回、五十嵐先生の問題提起でこれが諸先生方に真剣に考えて載けるようになりこれでこの手の問題の取り扱いも改ってゆくことと思います。

(問題集に見る問題点) . . . 問題を感じた点 1 .



長さ l の導体棒を一様磁界中を v の速さで右方に動かす。

ローレンツ力により $a' \rightarrow a$ に向う向きに $v B l$ の起電力を生ずる。

(イ)

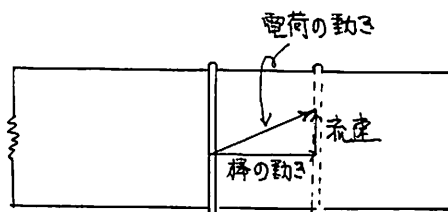
回路に $i = \frac{v B l}{r}$ の電流が流れる。 $a' \rightarrow a$ に向う向き。

電流、特に導体棒は反進行方向のローレンツ力を受ける。

(ロ)

”

論旨は大略上の様である。(表現と微妙なニュアンスの差はありますが)。ローレンツ力が(イ)、(ロ)と二度登場するがこのローレンツ力を受けているのは同じ導体中の電荷です。(イ)では電荷は右方に動き、(ロ)では $a' \rightarrow a$ 方向に動いていると言っています。では電荷はどの方向に動いているのでしょうか？よく考えてみると下図の様です。



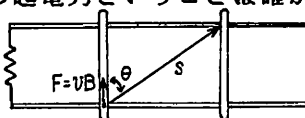
問題を感じた点2

この現象で r (それは局部的でも全体的でもよいのですがとにかく回路の抵抗) がどんな値であっても、起電力は $v B l$ であり、起電流は $\frac{v B l}{r}$ です。(ここに v は導体棒の速さです)。

すると、 r の値が小さいほど電流は大きく、従って電荷の流速は速くなります。しかしそれによって起電力は全く変化しません。要するに、電荷が導体中で受ける力は、電荷の速度に関係ないという不思議なことが起こっています。(導体の速度だけで決まる意)。

導体棒中で電荷は何者によるかは別にしてもとにかく流速には関係なく $v B$ の力を受けるために長さ l でその仕事が $v B l$ の起電力ということは確かです。(J/coul)

$$\text{Work} = F \cdot s \cos \theta = v B l$$



これはこれまでの討論で殆ど問題にされていませんが私の最も悩んだ問題なのです。なぜなら、電荷の速度に関係なく一定して働く力は磁界によるものではなく、電界によるものだからなのです。

(私はバークレー教科書に語られているように $\vec{F} = q \vec{E} + q (\vec{v} \times \vec{B})$ を同時に $\vec{E}$ と $\vec{B}$ の定義式と考えています。)

*なおここに式から q を略させていただいていますが、それで叱らないで下さい。

また、導体中の抵抗も (いはば内部抵抗ですが) それも本質的ではありませんからここではまだ考慮の外にします。

問題を感じた点3.

極めて単純に、 $\vec{V}$ をレールに対して静止した観測者から見ての電荷の速度としたとき、

$$\text{Work by Lorentz's Force} = (\vec{V} \times \vec{B}) \cdot \vec{V} = 0$$

という点です。(それまで私はローレンツ力による仕事を考えてましたので) この指摘を生徒から問いつめられまして大変困りました。

私は Work の定義はあくまで $\vec{F} \cdot \vec{s}$ と考えております。

簡単な例で斜面上の物体の受ける仕事を考えてみます。

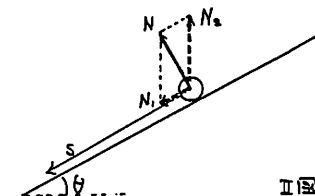
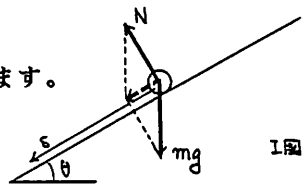
$$\text{Work by } N = \vec{N} \cdot \vec{s} = 0$$

$$\text{Work by } mg = \vec{mg} \cdot \vec{s} = mgsin\theta \cdot s$$

と教えています。N がないと斜面に沿った方向にいかないが N は仕事の面では役割をしていない。と

これを右 II 図のように、N にだけ目を向けて「mg だけでは横方向の運動は生じない。N があるからこそ横方向の運動を生じるのだから、N の存在こそ大切で N の成分 N_1 が仕事しているのです。もちろん N_1 は mg との合力でありまして mg が仕事をするの言うまでもありません。mg が仕事をすると言うことと、N の分力が仕事をするというのは、手を打ったときに右手で音がしたと言いはるのに似ています。」と教えて生徒は納得してくれないと思います。

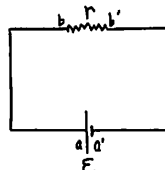
Work by N_1 + Work by N_2 = 0 だからと言って N は仕事しないと言えないのでしょうか？



問題解決のヒントとなった疑問点

簡単な回路を考えます。(電池の内部抵抗や導線抵抗は問題としておくことに本質と思われませんので0とします。)

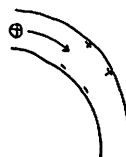
問題を抱きましたことは a b 間で電圧降下 0 (同様に a' b' 間で電圧降下 0) という不思議です。これは言いかえると a b 間には電界はなく、b b' 間にだけ、強い電界が生じていることを意味します。もし、a b 間に電界があれば $E \cdot l$ の電圧降下があるでしょう。導線抵抗を 0 としなくとも $V_{ab} = V_{bb'}$ で $V_{bb'} = \varepsilon$ ですから、少なくとも a b 間の電界は b b' 間の電界より弱く、b 及び b' 点で電界が不連続になっていなくてはなりません。



この問題は答えは言われてみればわかるのですが自力ではどうにもなりませんでしたが、その頃ちょうど、岩波から、富山小太郎先生の「電磁気学」が出ましてそこにこの問題についていろいろ詳しい論議が展開されていました。私はこの富山先生の説を信じています。

それによると、どこも一様に電流が流れるように、電界を回路内に形成するように、回路中に電荷が分布するということでした。例えば上図では b 点に + が b' 点に - が適切に分布し、b b' 間に電界を形成するというものです。

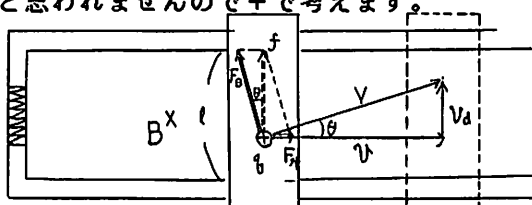
また導体(低抗体)が曲がる部分では、例えば右図のように表面電荷が現れ、電荷に法線力を与える。といったものです。言はば導体とは、この様なしくみで導線に沿った電界を形成してしまうものと考えられるでしょう。



私の理解。

重要な問題点は一、 $v \times B$ 力は磁界による力かそれとも実際に電界が形成されてくるのか。

二、ローレンツ力が仕事をするのか。(と無理矢理考えないとだめか) ですので、ひとまずそれには本質的と思われない内部抵抗、導線抵抗は 0 と考えて論じます。また + か - かも本質的と思われませんので + で考えます。



棒を(中の電荷を) v の速さで引く。このとき、 v_d を付加するように v_d 方向の力が形成されているはずである。(f) この力が回路の起電力につながるわけですが、それは引く力から及んできた F とローレンツ力 F_B の合力です。(B がなく F_B が 0 なら、 v_d を付加するような力 f は生じてきません。 F をのみ受け、導体と共に q は等加速度運動をするだけでしょう)

さて f が図の方向に向くためには

$$F_{\text{net}} = F_B \sin \theta$$

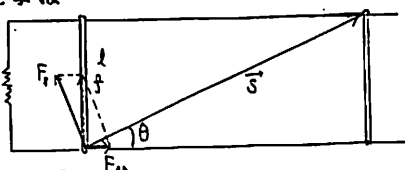
でなくてはなりません。即ち、

$$F_{\text{net}} = q V B \sin \theta = q B v_d$$

そして

$$f = q V B \cos \theta = q B v$$

ですから長さ l について電荷のなされる仕事は



$$\begin{aligned} \text{外力 } \vec{F}_H \cdot \vec{s} &= F_H \cdot s \cos \theta = q B v_d s \cos \theta \\ &= q B v_d \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cdot s \sin \theta \\ &= q B \cdot v \cdot l \quad \text{即 } v B l \text{ [J/coul]} \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{ローレンツ力 } \vec{F}_B \cdot \vec{s} = F_B \cdot s \cos 90^\circ = 0 \\ \text{合力 } \vec{f} \cdot \vec{s} = f \cdot s \sin \theta = q v B \cdot l \end{array} \right)$$

これで回路の起電力が $v B l$ になることは示せたと考えます。仮に内部抵抗があったとしてもここまでは何ら変わらないでしょう。

* エネルギーの収支

電荷の線密度を n [C/m] とします。導体棒中でこうした力を受けて移動する電荷の数は $n l$ [C] です。

さて導体はこれら電荷に作用を及ぼす ($F_{\text{引}}$) ため、その反作用を受けます ($F \cdot n l$)。導体棒を等速で動かすためには、この反作用を打ち消してやらなくてはならないでしょう。ですから、このとき、導体棒を引いてゆくために外力のPowerは

$$\text{Power} = F_{\text{引}} \cdot n l \cdot v = q B v_d n l \cdot v$$

ここで $q v_d \cdot n$ は電流値に他なりませんので i としますと、

$$\text{Power by 引く力} = i l B v //$$

一方消費される電力は $i \times \text{起電力} = i v B l$ です。

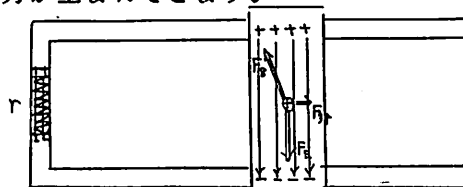
何がここで言えるのかと申しますと、棒を引くのに力が必要となるのはなにも電流が受けるローレンツ力とする必要はありませんので、1pにあげました(イ)(ロ)のように同じ電荷が同じ磁界から独立の二つのローレンツ力を受けるという気持ちわるい(矛盾)を使わなくてよいことになります。

* 回路内でのエネルギー消費の問題

自由電子モデル(古典的)を使うか否かにかかわらず平均流速 v_d は図の上端と下端で変わらないと言えましょう。(むりやり棒の太さを不均一にすればべつですが)そこで考えられることは両極端に言って2つあります。

第一は電荷が加速されてはぶつかりそのエネルギーが熱運動に帰してしまう場合(ただし棒の中で受ける仕事を全て熱に帰してしまったなら外部回路に電流を流せませんのでこれほど極端なことは不可能です)

第二は、 f を打ち消す力が働くことです。この力の可能性は、もはや磁界から考えることはできませんので富山先生流の考え方が生まれてきます。



図のように導体棒とレールの接するところに電荷分布が生じ静電場を形成してくる

ことです。棒が一樣なら電界も一樣で E とすると、

$$f = F_E$$

ということから、

$$q v B = q E$$

従ってここに

$$E = v B \quad \text{電界が形成される}$$

その作る電位差は、外部の抵抗 r におよんできまして回路には

$$\frac{v B l}{r}$$

の電流が流れると考えられます。（殆どの学習問題では外部抵抗 r に比して内部抵抗や導線抵抗の無視できる場合が問題にされていますので前回もここにとどめました、それではだめという指摘がありましたので、この両極端の中間を論じてゆきます）。

中間の場合、（内部抵抗が r に比し、無視できないと）

$$f > F_E'$$

となり力は打ち消されない。

このとき電荷は導体棒中で

$$(f - F_E') l$$

の仕事は熱に帰してしまうでしょう。これを $q V_R$ とおきますと、

$$(q v B - q E') l = q V_R$$

$$E' l = v B l - V_R$$

と上下端の電荷分布は減ってしまい。外の回路には E' の電界がかかってまいります。そして流れる電流は

$$i = \frac{v B l - V_R}{r}$$

となります。ところでふつうこうした場合 V_R は内部抵抗 r' での電圧降下として捉えられますので

$$i = \frac{v B l - r' i}{r} \qquad i = \frac{v B l}{r + r'}$$

とごくあたりまえのことになります。

＊ $v B$ は電界か磁界か

ここでいずれにしても注目すべきことは、多かれ少なかれ、棒の両端に電荷分布が生じそれが回路に静電場を与えていることです。その静電場の作る電位差が

$$v B l (-r' i) \quad \text{であります}$$

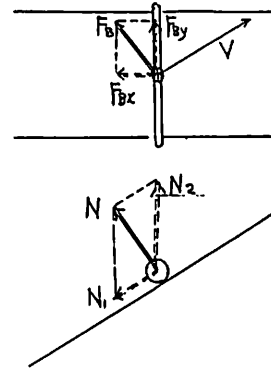
そしてこのように考えますと電荷の流速に関係しない（従ってそれは電界が生じている）ことが解決されます。これは（私にはよくは読み取れなかったのですが）知人がPlanckの電磁気の中に非常にはっきりと動く導体中に生じるのは磁界ではなく電界であると書かれており、その真意がわからず悩んでいると聞かされたことから長時間かけて得た解釈です。

この点を図にしまして電流の小さいときと大きいときとを比較しますと、

といった具合に電流が大きくなりますと、ローレンツ力は増し、引く力も増さなくてはなりません（周知の通り）が合力 f は v が同じなら同じになってしまい（ θ が増すためローレンツ力が棒に対して大きな角をなすため結局 f は変らない）。それに応じて形成される電界も同じになる。（本質的に $v B l$ が同じ意）

* 補足

ここで一つの考え方としてローレンツ力の二つの成分 F_{Bx} と F_{By} とを考えて F_{Bx} を外力が打ち消すから F_{By} が仕事をしているという、即ち仕事しているのは F_B だとそして F_{By} は v_d によらないだけだと叱られそうな気がします。しかしそうした言い方はふつついていないのではないのでしょうか。斜面で抗力の分力 N_2 を mg が打ち消してくれるので N_1 が仕事できる。ですから仕事しているのは抗力に他ならなりませんという解釈はしないと思うのです。



そしてそのことにも増して棒の両端に電荷分布が形成されそれが回路に Potential を形成することはまちがいないと思うのです。

ですので教科書の記述に関しての五十嵐先生の問題提起は賛成なのですが実はやはり $v B$ の電場ができると思われるのです。そこでどうしてもメカニズムの問題にふれなくては生徒が納得しないなら別ですが、この場合もファラディ流に

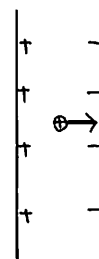
貫く磁束の変化率に等しい起電力

という言い方でよいと思うのです。ちなみに手当たり次第、大学の教科書をひっくり返してみたのですがローレンツ力から計算している本は中山先生著の一冊で他は $d\Phi/dt$ によっているようです。ローレンツ力との関連や相対論との関連に触れているのは Feynman、Planck に見ましたが。

* 側面の分布電荷について

（この問題は重要な問題点からはずれますが）

$F_{外}$ は電荷に手から直接働きはしません。導体中のどの電荷にも等しく働くのですから、それは複雑と思われませんが結局は電氣的な力を受けている以外ないでしょう。電荷は一様に分布していると思われしますのでマクロには表面電荷の分布で電界が形成されているこれから力を受けていると考えてよいのではないのでしょうか。もちろんそれは静電分極の場合と似たようなミクロには大変複雑なものと思います。



なおこの点は、冒頭にかかげた問題点には直接かわりませんので蛇足として見て下さい。

（私の申したいことは柴田先生が非常に簡潔・適確に述べられているようにおもいますが違うでしょうか。）

電磁誘導とローレンツ力について

九州大学 教養部

中山正敏

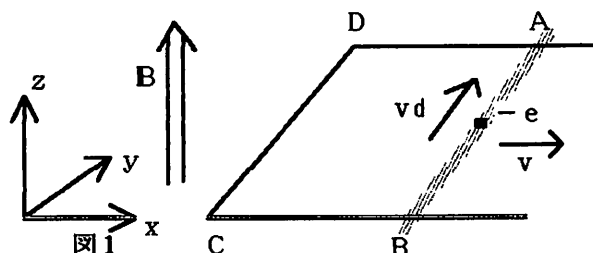
【概要】 導体棒が動く場合の電磁誘導起電力とローレンツ力との関係について考察する。問題を正しく理解する鍵は、起電力は非静電気的な作用により生じることにある。今の場合、起電力はローレンツ力の導体棒方向の成分によって与えられる。棒の両端に生じる電位差は、起電力の結果であって原因ではない。ローレンツ力は、全体としては仕事はしないが、棒の移動方向の電子運動エネルギーを、棒に沿っての運動エネルギーに転換する役割をしている。ホール電場が起電力の原因であるという考えを批判する。この場合の、電磁誘導における位置づけ、相対論との関連の取扱いについて意見を述べる。以上の事に基づいて、教案と教科書としての記述について、私案を述べる。

§ 1. はじめに

五十嵐康則氏の問題提起¹⁾に始ったこのテーマをめぐる通信討論に、私は途中から参加した。ローレンツ力が仕事をするか、という金城啓一氏²⁾や青野修氏³⁾による疑問については、五十嵐氏の第2論文⁴⁾により解答が与えられている。しかし電磁誘導をどう教えるかという事については、私もずっと関心をいだいて来たので、考えを述べておきたい。また、通信討論の中でもいろいろな問題が提起されており、誤解もあるので、この機会に私考を述べて参考に使いたい。

§ 2. 問題の所在

まず私なりに論点を整理しておきたい。五十嵐氏による問題提起は、そもそも、多くの教科書に見られる電磁誘導の“説明”の誤りの指摘であった。以下、図1のように、一様な磁場に垂直な面内に置かれたコの字形の



導体棒の上を、導体棒A Bが磁場に垂直に移動する場合を考える。面A B C Dを貫く磁束は棒の移動につれて増大するので、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ の向きに電流を流す起電力 ε が発生する。これは電磁誘導の1例で、 ε は

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = -v B l \quad (1)$$

となる。負符号は電流が $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ の向きに流れることを表す。

ところで教科書には、よく次のように書かれている。

「導体内の電子にはローレンツ力 $F = e v B$ が $B \rightarrow A$ の方向に働く。この結果、電子は $B \rightarrow A$ と移動して行く。これは、あたかも $A \rightarrow B$ の向きに電場が存在しているのと同じである。この“電場”によって起電力 $v B l$ が生じる。」

五十嵐氏による指摘の中心点は、以下の事だと私は理解している。今の場合、磁束線は静止しているから、いわゆる誘導電場は生じない（この点、導体が静止し磁束が動く場合の電磁誘導とは異なる）。それなのに、上のような記述をすれば、ローレンツ力は誘導電場と同じであるという錯覚を与えかねない。これは少なくとも適切な記述ではない。もし、この電場が本当に生じているとするならば、明かに誤りである。

私も、大学初年級の物理学の講義をして来て、大学の教科書にも同種の誤りが見られることに、以前から気付いていた。たとえば、小出昭一郎氏の「物理学」⁵⁾は、いろいろな点でよく書かれている本だが、電磁誘導のところでは次のようになっていた（本稿に適合するように、記号を一部書変えた）。

「この力（注、ローレンツ力）は、正電荷に対しては $A \rightarrow B$ 、負電荷に対しては $B \rightarrow A$ の向きに働く。どちらも $B \rightarrow A$ の向きの電場 $\vec{E}'$ によって表わされる。その強さは $v B$ に等しい。」

この記述も、著者の気持ちとしては、ローレンツ力と同等な働きをする電場 $\vec{E}'$ を考えるとすれば、それは $B \rightarrow A$ の向きで強さは $v B$ である、という意味であろう。しかし、学生がこれを読めば、じっさいに電場 $\vec{E}'$ が存在する、と思うであろう。そうして、ローレンツ力は常に電場で置き換えられるのかとか、一体磁場による力と電場による力とをどう区別するのかとか、思い悩むことになろう。さらに、磁束線が動く時に生じる誘導電場とどう違うのか、混乱してしまうであろう。このように学生を惑わす文章は、教科書としては適切とは言えない。それなのに、同種の記述の教科書が他にもある。そこで、とにかく納得の行く説明を試みようと思い立って、私は小著「電磁誘導」を書いた。⁶⁾その後、この通信討論を知り、参加した次第である。

§ 3. 起電力

図1のように導体が動く場合、説明のポイントは起電力という概念をどう理解するかにある。五十嵐氏が第一論文¹⁾で指摘しているように、A B間には誘導電場は存在しないが、ローレンツ力

$$F_y = e v B \quad (2)$$

が電子に対して働いている。起電力 ε は、電子が $B \rightarrow A$ と移動したときにローレンツ力がした仕事を単位電荷あたりで計算して

$$\varepsilon = F_y l / -e = -v B l \quad (3)$$

となる。

ここで大事な点は、起電力は静電気力以外の機構によって与えられる、ということである。起電力は、電流を $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 流し続ける働きを持っている。しかし、どのような電荷分布によるものであろうとも、静電場は閉曲線に沿って一周積分すれば0となるのだから、電流を流し続けることはできない。そこで、静電気力以外の機構が必要になる。電荷に働く力は静電気力だけではない（重力だって働く）。また、力ではなくても、電流を生じさせる機構は、濃度や温度の勾配などたくさんある。電子やイオンの濃度差があると、拡散による電荷の流れが生じる。これを利用したのが化学電池である。そういう機構の一つとして、すなわちローレンツ力を認めれば十分であるのに、電磁気の章だから電荷に働く力はすべて電場によるとした方が分かり易かろうと余計な親切心を働かせたところに、あのような誤り易い記述—あたかも電場が存在する—の根がある。

次に大事な点は、起電力が AB 間にあると、 A と B との間に電位差が生じるが、これは起電力の結果であって、原因ではない、ということである。この点もよく誤った表現を見受ける。たとえば、上に引用した教科書では、すぐ続いて次のように書かれている。

「仮に針金 AB だけが動いているとすると、この電場（前述の E' ）のために自由電子が $B \rightarrow A$ の向きに動いて A に溜まるので、これによって $B \rightarrow A$ の向きの電場 E を生じ、これがローレンツ力による電場 E' とちょうど打ち消し合うようになったところで電子の移動は止む。電子が A の側にたまれば A は B より低電位になる。すぐわかるように、 A と B の電位差は

$$V_B - V_A = v B l \quad (4)$$

である。この電位差はローレンツ力が作り出したものである図2...したがって、誘導起電力は $v B l$ である、ということができる。」

回路が開いているならば AB 間に

$$E_y = v B \quad (5)$$

という電場が作られ、これがローレンツ力（式(2)）を打消すことは正しい。しかし、上の説明自体が述べているように、まず電子を A の方へ動かすようにローレンツ力が働き、それによって電荷がたまつたために電位差が生じたのであって、その逆ではない。 A には負の電荷、 B には正の電荷が生じるが、—これを端電荷と呼ぼう—端電荷が作る電場は静電場であって、すでに述べたように起電力を与えることはできない。それどころか、電流が $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ と流れるとき、 AB 間では電場は電流とは逆向きである。このことは、電池の場合にも成り立っている。したがって、式(4)は起電力を測定する手段として電位差を利用できることを示すものであっても、逆に電位差から起電力が生じることを示すものではない。

これを別の角度から示したのが、五十嵐氏による次の議論である。⁴⁾電流が流れている場合を考える。このとき、外部抵抗（ $B-C-D-A$ ）を R 、内部抵抗（ $A-B$ ）を r とすると、電位差は簡単な計算から

$$V_B - V_A = [R / (R + r)] v B l \quad (6)$$

となる。すなわち、電位差は R と r との比に応じてどのようにも変わり得る。これに対して、起電力 $|\mathcal{E}|$ は常に一定である。このことは、電位差と起電力とが独立のものであることを端的に示している。

AB 間では電荷は電場に逆らって動く。そのためには外から電荷に対して仕事を

しなければならない。その仕事を単位時間あたりで表わしたものが起電力である。その定義からして単位はボルトであるが、電位差とは別物である。以上のことがふつうの電池による直流のところではっきりと説明されていれば、そのような外からの働きの一つとしてローレンツ力を受容れることには何の抵抗もないだろう。なお、起電力があるとして、これにつないだ導線に電流が流れるからくりを問題にする議論があるが、これは電池の場合にも考えるべき別個の問題である。電磁誘導の理解とは関係がないから、ここでは触れない。

8 4. ローレンツ力は仕事をしない？

以上の考え方に対して、金城氏と青野氏から、ローレンツ力は電荷の速度に対して常に垂直に働くので仕事はしないはずである、それなのに起電力の原因となるといのはおかしい、という異議が出された。^{2, 3)}

特に金城氏は、次のように論じた。²⁾ x 方向に速度 v で動いている導体棒に沿って電子が y 方向に速度 v_d で動いていると、ローレンツ力は x 成分

$$F_x = -e v_d B \quad (7)$$

を持つ。このため、電子は棒の x 方向の側面にもたまり、面電荷が表われる—この電荷を側面電荷と呼ぼう (図 2)。側面電荷が作る電場 (ホール電場) が

$$E_x = -v_d B \quad (8)$$

となったところで、x 方向の力は打ち消し合って、x 方向の速度 v が一定に保たれる。この力の反作用力が側面電荷に働くので、棒の速度 v を一定に保には外力 f を x 方向に加えねばなら

ない。外力 f がローレンツ力と導体の性質の働きを借りて電流を流す仕事をしている。以上が金城氏の議論である。しかし、氏はそれ以上立ち入った分析はしていない。特に、静電場と起電力との関係については、あいまいである。

五十嵐氏の第二論文⁴⁾は、金城氏のコメントを批判的に摂取したものといえる。以下、少し計算を補って紹介しよう。ローレンツ力は全体としては仕事をしない。しかし、電子が B → A と移動するとき、ローレンツ力の y 成分 F_y は正の仕事をする。時間 Δt の間には電子は y 方向に $v_d \Delta t$ 移動するから、全体で N 個ある電子に対しては、y 方向になされた仕事は仕事率を W_y として

$$W_y \Delta t = F_y v_d \Delta t \times N = N e v_d v_d B \Delta t \quad (9)$$

である。一方、 F_x は負の仕事をする。同じ Δt の間に電子は x 方向に $v \Delta t$ だけ動くから、この方向の仕事率を W_x として

$$W_x \Delta t = F_x v \Delta t \times N = -N e v_d v B \Delta t \quad (10)$$

となる。電子が導体中に一様に分布しているとする、 Δt の間に a を通る電荷 Δq は

$$\Delta q = (N/l) e v_d \Delta t = I \Delta t \quad (11)$$

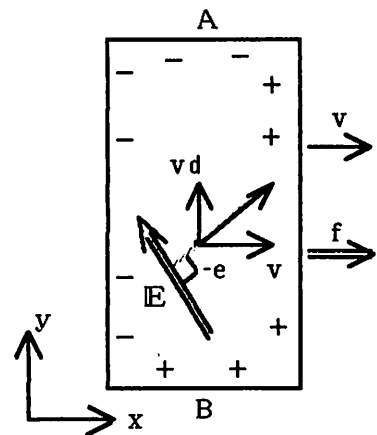


図2

であるから、式(10)は

$$W_x = -I B l v \quad (12)$$

とも書ける。 I は電流である。 $I B l$ は電流線分 AB に働くローレンツ力であるから、この式はフレミング左手の法則にしたがう力がした負の仕事率を表している。 x 方向に導体棒を一定の速度 v で動かすには

$$f = I B l \quad (13)$$

の外力を加えねばならない。この外力のする仕事率 $W_o = f v$ は、ちょうど $-W_x$ に等しい。また、式(9)と(10)から分かるように、 W_x と W_y の大きさは等しい。すなわち

$$W_o = -W_x = W_y \quad (14)$$

が成り立つ。こうして、ローレンツ力は力学的仕事を電氣的仕事に変換するという重要な役割を演じている。

この説明で本質的な点は尽きている、と私は考える。しかし、通信討論の中ではなお異論が出されているので、いくつかのことを続けて述べておく。

ローレンツ力の x 成分が負の仕事をし、 y 成分が正の仕事をするという表現に違和感を感じるという意見がある。たとえば、金城氏は次のように言う。⁷⁾ 滑らかな斜面に沿って物体がこり落ちるとき、垂直抗力ベクトルから重力ベクトルを引いた残りの力が仕事をしているとはふつうは言わないではないか、と。しかし、この時水平方向に運動が起こることに着目して、鉛直方向に働く重力でどうして水平運動が起こるかと問われれば、垂直抗力を持出す他ない。垂直抗力は運動方向に対して垂直であるから全体としては仕事をしない。しかし、鉛直方向の運動のエネルギーを水平方向の運動エネルギーへと転換している。染谷氏の言う水平円運動の場合も同様である。⁸⁾ 向心力の働きを、運動を x 方向から y 方向へと転換するものとして捉えることは、大切なことである。これらの場合に共通していることは、全体としては仕事をしないからといって、何もしないとは限らないということである。それどころか、運動の方向を転換させるという重要な働きをしている場合が力学の中にも沢山ある。だから、ローレンツ力の役割をそのようなものとして説明することは、学生にとっても決してなじみのないことだとは思えない。

§ 5. 非定常の場合

これまでの議論は、 x 方向も含めて速度が一定の場合であった。しかし、電磁誘導現象はなにも v が一定の場合に限られない。 v が時間的に変化していても、その瞬間の v の値を式(1)に代入すればその時の起電力が得られる。このような非定常の場合を考えてみよう。定常条件では力がつり合っているために、力や仕事をさまざまに表すことができ、そのためにかえって事の本質を見失う恐れがある。たとえば、天井から糸で錘を吊り下げたとき、錘を落ちないようにしているのは家の土台を支えている地面であるというような議論も、値だけを見ていると成り立ち得るからである。これまでの通信討論の中にも、そのような議論が無きにしも非ずであった。

さて、導体中の電子の運動方程式は

$$m \dot{v}_x = F_x + G_x = -e B v_y + G_x \quad (15)$$

$$m \dot{v}_y = F_y + G_y = e B v_x + G_y \quad (16)$$

と書ける。 F_x と F_y はローレンツ力、 G_x と G_y はそれ以外の力である。 G_x 、 G_y としては、式(5)、(8)で求めた電場による力、電子を導体の中に閉じこめておく力、正イオンによる力、電気抵抗を与える抵抗力、などなどいくらでも模型を複雑に取っておくことができる。式(15)、(16)から、 x 、 y 方向の運動エネルギー
 $K_x = m v_x^2 / 2$ 、 $K_y = m v_y^2 / 2$ について

$$\dot{K}_x = e B v_x v_y + v_x G_x \quad (17)$$

$$\dot{K}_y = e B v_x v_y + v_y G_y \quad (18)$$

が成り立つ。2つの式から分かるように、ローレンツ力は常に K_x と K_y を相互転換する働きをしている。多数の電子については、平均を $\langle \rangle$ で表して

$$W_x = N \langle \dot{K}_x \rangle = -N e B \langle v_x v_y \rangle + \langle v_x G_x \rangle \quad (19)$$

$$W_y = N \langle \dot{K}_y \rangle = -N e B \langle v_x v_y \rangle + \langle v_y G_y \rangle \quad (20)$$

が成り立つ。今考えているような場合には、 v_x と v_y はたがいに独立である。したがって

$$\langle v_x v_y \rangle = \langle v_x \rangle \langle v_y \rangle = v v_d \quad (21)$$

となる。こうして、ローレンツ力による W_x 、 W_y への寄与は式(10)、(9)と同じになる。以上のことは、 G_x と G_y が v_x 、 v_y を独立にするような衝突機構を含むかぎり、その細かい様子には依存しない。また、 E_x 、 E_y が式(8)、(5)とは異なっているでもない。

このように、運動は定常でなくても、たとえば棒が x 方向に初速度を持って動いていれば、外力がなくて静止に到るまでの間は誘導起電力が生じる。したがって、外力の存在は電磁誘導にとって本質的ではない。大事なことは、 x 方向に運動エネルギーがあり、それがローレンツ力によって y 方向の運動エネルギーに転化することである。

§ 6. ホール電場原因説について

前節の議論と同じようなことが、定常運動の場合には G_x 、 G_y についても言えることになる(式(15)、(16)=0と考えれば)。特に、静電場 $E_x = -v_d B$ 、 $E_y = v B$ のなす仕事として起電力を説明しようとする議論がある。これについては、§3で述べたように、静電場は起電力の原因となり得ないことに注意すれば、答えとしては十分であろう。 E_y については、さらに別の議論も紹介した。ここでは、だめ押しとして、 E_x (ホール電場)について、次の点を指摘しておこう。

E_x 、 E_y が式(8)、(5)のようになるのは、電子だけが運動できる簡単な場合のことである。多価金属・半金属・半導体などでは、負電荷の電子とともに正電荷の正孔も電流を運ぶ場合がある。このような両者が電流に寄与する場合の E_x は、 x 方向に全体として電流が流れないという条件から求められるが、その符合は電子と正孔の密度と移動度に依存して、正にも負にもなりうる。ある場合には0となることもある。一方、式(1)の誘導起電力はどんな導体についても成り立ち、このような細かな物質の特性には依存しない。このことから、 E_x は2次元的な量であって、起電力の原因でないことが分かる。

なお、静電エネルギーの変化によって起電力を説明しようとする染谷太郎氏の説について述べる。⁸⁾⁹⁾氏は次のように言う。図2の場合を考え、導体内には自由電子と正イオンがあるとする。正イオンは導体に束縛されており、導体とともに移動

できるだけであると考え。式(8), (5)の E_x , E_y が生じている。さて、まず正負両電荷は導体内に一様に分布し、全体として中性であるから、それが作る電場は無い。次に、電子の運動方向は、端・側面電荷が作る $\vec{E}$ に垂直であるから、その静電気エネルギーは変わらない。これに対して、正電荷は x 方向のみに動くので、その静電気エネルギーは増加する。これを AB 間の移動電荷あたりで計算すると起電力が得られる、というのである。

この議論は、力のつり合い状況で考えたために道を誤った議論の典型と言えよう。そればかりか、考え方の基本にもおかしい点がある。単一電荷の静電気エネルギーという概念は、電場を作る源の電荷が系の外にある場合には、電場 $\times$ 電荷移動を用いて表せよう。しかし、今のように、電場の源である端・側面電荷が棒とともに移動している場合には、これらも系の中に含めて考えねばならない。その場合には、たとえば正電荷のエネルギーではなく、正電荷の端・側面電荷との間の相互作用エネルギーを考えるのが筋である。このエネルギーは、構成電荷の相互配置にのみ依存することは、染谷氏自身も認める通りである。そうであるならば、正・端・側面電荷はすべて導体とともに平行移動するだけであるから、その静電気エネルギーは変化のしようがない。一方、電子は $B \rightarrow A$ と移動するので、その端電荷に対する相対配置は変化し、したがって電子一端電荷系の静電気エネルギーは増加する。この仕事はどこから電子と端電荷へ供給されるかと言えば、ローレンツ力 F_y によることはこれまで何度も述べて来た通りである。染谷氏は御自身の議論により、外力のなした仕事が静電気エネルギーに転換する機構を示した、と言うが、それは全くなされていない。そればかりか、誘導起電力の説明にすら、なっていない。

§ 7. 電磁誘導とは何か

ここでもう一度出発点に戻ろう。五十嵐氏や私がなぜ“電場”という記述にこだわったかと言えば

(A) 磁束線が静止し導体が動く場合

には、誘導電場は生じないということを、正確に学生に伝えるべきだと思ったからである。電磁誘導にはこの他に、

(B) 導体が静止して(電)磁石が動く場合

(C) 導体も電磁石も静止しているが、電磁石を流れる電流が変化する場合があります。コイルの自己誘導は(C)の特殊な場合と考えればよい。

(A), (B), (C) の3つの場合について、ファラデーによって研究がなされたことはよく知られている。ファラデーは、このすべての場合にあってはまるものとして、「磁束線と導体とが相対的に、導体が磁束線を横切るように運動するとき、磁束線の方角と運動の方角とに垂直な方向に起電力が発生する」という法則を得た。電磁誘導を学ぶにあたって何よりも大切なことは、(A), (B), (C) 3つの場合があること、それがファラデーの考えによって統一的に説明されること、をしつかりと把握することである。それは、ファラデーの歴史的業績をまず追体験して行う、というようなことではない。それはそれとして意義のあることではあるが、電磁誘導に関するかぎり、上記のことの中に現象の本質は尽されているからである。この段階を第1レベルとでも呼んでおこう。この当たり前過ぎることをわざわざ述べたのは、ともするとこのレベルをすっばかしていきなり「高級」な説明に入って

行く傾向が、教科書にも見られるからである。

さて、(A)の場合には、これまで述べて来たように、ローレンツ力による説明をすることができる。しかし、これは、ローレンツ力から電磁誘導（の一部）を導き出した、というよりは、むしろローレンツ力と電磁誘導との関係を示したというように捉えておく方がよいと考える。というのは、引き続いて(B)，(C)の場合をローレンツ力から導き出すことはできないからである。この説明を第2レベルと言ってもよいだろうが、同じレベルの説明を(B)，(C)について行っている教科書は少ない。

このように言うと、(B)の場合は磁束線とともに動く座標系に立って考えれば良いではないか、という意見があるだろう。その座標系から見れば、磁束線は静止し導体は動く(A)の場合になる。ここで観測された起電力は元の座標系でも観測されるはずだ、というのである。しかし、この最後の議論は相対性原理を仮定することになる。どちらの座標系においても起電力が観測されるか否かは、物理としては自明ではない。それは実験によって答えられるべきことである。そこにこそ、ファラデーの発見の意義がある。したがって、(B)を説明するのではなく、(B)の事実を受容した上で、ではどのようにして起電力が発生しているのかを考えることになる。この場合、導体が静止しているのでローレンツ力は働かない。そこで、誘導電場が生じていると考えざるを得ない。磁束線の運動に伴って誘導電場が生じるという関係が分ると、それによって(C)の場合も理解できる。こうして第2レベルの理解が完結する。

ここまで来ると、電束線の運動によって磁場が生じるという関係と併せて、電場・磁場の相対性ということも見えて来る。マクスウェル方程式のローレンツ変換不変性とか、ローレンツ力の変換性を経て、特殊相対性理論とのつながりも分かって来る。こうして、電磁誘導は相対論的現象の一つとして捉えられる—これは第3レベルの理解である。このレベルで議論すれば、電磁誘導についてもいろいろな説明ができる。たとえば、マクスウェル方程式中の発散則部分・ローレンツ力・相対論的力学を組合せて、電磁誘導のすべての場合を説明することもできる。¹⁸⁾相対論から出発して書かれた電磁気の本もいくつかある。

しかし、物理教育の問題として考えると、まず第1・2レベルの理解があって、次にその先へ進むことを考えるべきではないだろうか。相対性理論は、学生も興味を持ち、またそれによってきれいな説明ができるので、使いたくなる。しかし、物理量の変換性や物理法則と座標系との関係は最初から自明なことではなく、実験事実によって一つ一つ確かめて行くべきものである。その手続なしに相対性原理をアブリオリに要請して、いろいろなことを演じていくというやり方は、少なくとも最初に物理学を学ぶ者にとっては適切な方法とは思えない。この通信討論の中でも、平行電流間の力や相互誘導をめぐる議論の中にはかなり「高級」なものを見受ける。しかし、そのような議論を高校や大学初年級の教育の場でどう生かすのだろうか、不思議に思う。私が所属している九州大学の理系学生は、平均的には高校でよく物理を勉強して来ている方だと思うが、正直に言って電磁誘導については第1レベルの理解すら完全にできていないとはいえない。そこで、私はまずそのレベルをよく把握させ、第2レベルの一部へ進むようにと講義をしている。私は、なにも高校物理教育に文句をつけているのではない。高校から大学初年にかけての物理の勉強としては、この程度のことをじっくりとやればよいのではないかと、思う。

この状況を踏まえて、大多数の学生にどのようにして物理の内容を伝えるかということが、物理教育の課題であろう。この通信討論のような議論も、教師自身が大いに勉強しかつ楽しむことも大切ではあるが、最後は現場における教育とどう結びつけるのか、言いっぱなしでなくそこまで考えるのが本当ではないか。

§ 8. どう教えるか

これ迄述べて来たことをどう実践するか、一つの案を述べたい。

まず、電磁誘導については§ 7で述べた第1レベルをキチンと話すことが大前提である。

その上で、ここで取上げた部分については、次の2つのことをあらかじめ話しておく。

(イ) “電流”の所で、起電力は非静電氣的な機構によるものであることを、はっきりと述べておく。このためには、電池の内部では電場が電流と逆向きであることを示せばよい。

(ロ) ローレンツ力は速度に垂直であることは、たいてい教えるであろう。ここで、運動の向きを直角方向へ変えることを強調しておく。たとえば、サイクロトロン運動のことを話せばよい。ローレンツ力は仕事をしないこととか、エネルギーも垂直方向へ変えることとかに触れるかどうかは、カリキュラムによる。

以上を踏まえて、電磁誘導の中の(A)の場合に起電力が生じるからくりの説明として、図1の場合を取り上げる。その筋書きは次のようになる。

(a) 導体棒がx方向に動くと、それとともに運動している自由電子に対してローレンツ力は運動をy方向に変えるように働く。

(b) このためにy方向に電子が流れる。これは非静電氣的な力によるものであって、起電力を与える。

(c) ローレンツ力は運動の向きを垂直方向へと変え、それに伴ってx方向の運動エネルギーをy方向の運動エネルギーに変える働きを持つ。

(d) どれだけのエネルギーがy方向の運動エネルギーに変わったかは、この方向に働くローレンツ力の成分 F_y のする仕事を求めればよい。それから求めた起電力 vBl は、ファラデーの法則から求めたものに等しい。

(e) y方向に変えられた分だけx方向の運動エネルギーは減少する。棒の速度を一定に保つには、この減少分を補う仕事を外力によって加えねばならない。外力がなければ棒は減速してやがて静止する。この場合でも、棒が動いている間は起電力が生じる。

以上のことを、どの程度まで詳しく説明するかは、電磁気学全体のカリキュラムによる。これまでの私の講義では(b)と(d)の後半を述べていた。運動の方向の転換を強調しなかった。今年は工夫してそこまで話してみるつもりである。また、小著も改版の機会に書き直してみたい。

高校では、上記の全部を詳しく説明する余裕はないかも知れない。今の程度の分量の教科書では、記述はつぎの程度になろう。

「導体棒とともにx方向に動く電子は、磁場によるローレンツ力を受けてy方向に動き出す。こうして、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ の向きに電流を流す起電力が発生する。この起電力を求めるには、電子がBからAへ移動した時にその方向になされた仕事 $e v B l$ の電荷あたりの量を求めればよい。その値は $v B l$ で、ファラデー

一の考えから求めた値と一致する。」

この教科書を使って、上記の(e)のところまで話すか否かは、教師の裁量に任せればよい。(e)まで書いていないと正しくないから、いっそのことローレンツ力による説明はやめた方がよい、とは私は考えない。そのような厳格主義は教師の潔癖感を満足させるだけで、学生が物理的イメージをふくらませる機会を閉ざすものだからである。物理の説明というものは、もともと多層的な構造をしているものであって、ここまで話せば終りというものではない。教科書や教師の説明は、そのことを踏まえて、学生のイメージを喚起し、より深い理解へつながる問いを誘発すべく開かれていることが望ましい。

【参考文献】

- 1) 五十嵐靖則、物理教育学会誌、31(1983)158.
- 2) 金城啓一、物理教育学会誌、32(1984) 40.
- 3) 青野 修、物理教育学会誌、32(1984) 40.
- 4) 五十嵐靖則、物理教育学会誌、32(1984)194.
- 5) 小出昭一郎、「物理学(改訂版)」(裳華房、1984年)
- 6) 中山正敏、「電磁誘導」(共立出版、1984年)
- 7) 金城啓一、“導体を動かした場合の電磁誘導現象について”通信討論、1985年
- 8) 染谷太郎、“原稿『電磁誘導とローレンツ力の関係について(中山正敏氏)』を読んで”、通信討論、1985年
- 9) 染谷太郎、物理教育学会誌、33(1985) 45.
- 10) 馬場一雄、日本物理学会第40会年年会講演、31a A11-2(1985年)

ローレンツ力起源の起電力の説明について

東北大学 理学部

柴田 普平

(概要) 電池の機能は以下の3つにまとめられる。

①両極に分極して

電位差を作る。〈〈エネルギーの長距離輸送〉〉

②回路に沿った「力」

が電荷に働く。〈〈力の循環〉〉

③電荷がポテンシャルの坂を

昇れるよう電荷に仕事をする。〈〈エネルギーの供給〉〉

図・0.

起電力の主要部分は②の段階に含まれている。本稿の第一目的は、起電力という言葉の中にある上の3つの側面を分析してみせることである。

第二の目的は、ローレンツ力起源の起電力の発生のメカニズムを解説することにある。ここで読者は、起電力の厳密な定義やその求め方の妥当性に注意を払いすぎるべきでない。そこで起こっている物理現象で最も生徒に知って欲しいことがなにかを明瞭にすべきである。それは以下の3つであろう。

①磁場 B を横切って導体が動くと、導体内の荷電粒子（電荷 q ）には磁場と動いている速度 v の両方に対して垂直な方向にローレンツ力 $q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ が働く。

②ローレンツ力のためこの方向に分極が生じ、電位差が現れる。

③この電位差を利用して、抵抗を通して、電流を流そうとすると とたんに、運動にブレーキがかかる。これをエネルギー論で考えると、荷電粒子にローレンツ力が仕事をしな

いことに気付く。 v の方向に外力を加えることにより荷電粒子に仕事をして初めて発電装置として働くことが理解される。

第一部と第二部はほぼ同じ内容である。第一部は、第二部で行った考察をもとにして、授業の中にこのような説明を入れてみたらという試案を断片的に書いてみた。第二部では詳しい考察をしている。それぞれは独立しているので、既にこの問題の考察を試みられた方は第二部だけ読んで頂いても趣旨は分かると思う。

図・0の補足

①のみ；例 充電されたコンデンサー。①+②；力の循環が存在し分極した状態。例 磁場中で動く単独の導体。①+②+③；例 電流が流れて働いている電池。

①②の機能が在っても実際に仕事をできない電池もある、これは内部抵抗の大きい電池と呼ばれる。

第一音B 授業でこんな説明を加えてみては

1. 電流 ——最も簡単な回路のなりたち——

図1 aのように電池につないだめ球がつくしくみを理解しよう。それはこうである。図1 bのように導体のリング（回路）を考える。導体の中には自由に動く電子がつまっている。〔自由電子〕

図1 cのように右半分で回路に沿った力をこの電子に与えると、電子が回路を循環しはじめる。

〔起電力〕

電子が循環し始めると、導体を作る正イオンによる散乱を受ける。このため速度に比例した摩擦力を電子は受ける。これは電気抵抗である。図では左半分にのみ抵抗があるように書いた。〔電気抵抗〕

循環の速度が増すと摩擦力も大きくなりついには左に回そうとする力と右に回そうとする力が釣り合って、電子は等速で循環するようになる。

〔定常電流〕

右側が電池（発電機）である。電気抵抗のある

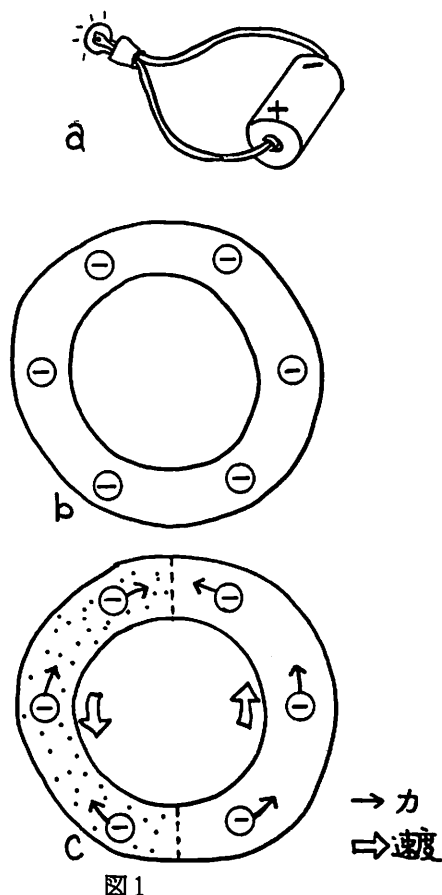


図1

所では摩擦熱が発生する．充分熱になると目に見える光を出すようになる．左側がまめ球である．〔ジュール熱〕

2. コードをいくら伸ばしても「電気力」を利用できる．なぜか？



図 2 a

コードをいくら伸ばしてもまめ球がつくしくみを理解しよう．（静電場の性質は習っているとする．）

今度は長方形の導体を考えるのがよい．CD間に起電力がありAB間に電気抵抗があるとする（図2 b）．

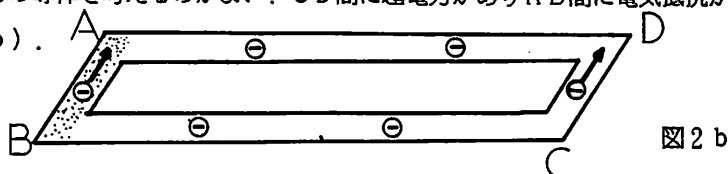


図 2 b

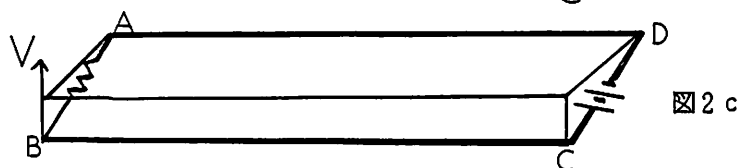


図 2 c

秘密は電位差の発生にある（図2 c）．今の場合AD側が低電位，BC側が高電位になる．電子が負の電荷を持っていることに注意する．AD側の電子が高い電気的位置エネルギーを持っている．電子が $\overrightarrow{CD}$ へ移動する時 $\overrightarrow{CD}$ に沿った力を受けて，電子は仕事をされて高い電気的エネルギーを持つ．AからBへは位置エネルギーを失い，摩擦熱が発生する．（図2 d）電位差ができると導体内で電位を維持し，遠くでそれを熱に変えるというやり方である．

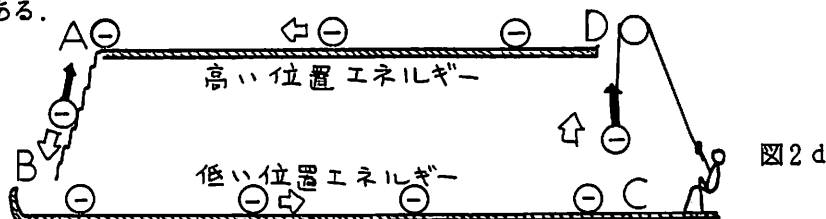


図 2 d

電位差の発生理由は難しくない（図2 e）．

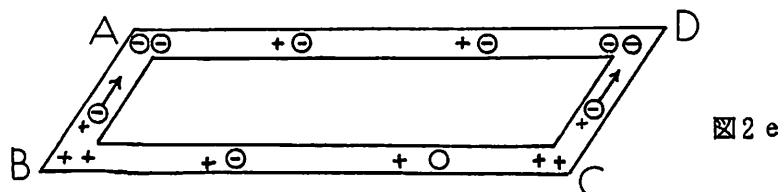


図 2 e

$\overrightarrow{CD}$ 方向の力によってDに電子が集まる．従ってDが負にCが正に分極（帯電）する．

$\vec{CD}$ 方向に電場Eができる．AB間ではA側に電子がつかえてAが負にBが正に分極し， $\vec{BA}$ 方向に電場Eができる．この電場による $\vec{AB}$ 方向の力と抵抗力が釣り合って電子は等速に進む．すなわち一定電流が流れる．CD間にも外力と電気力の間で同様な力の釣り合いが成立している．

AB, DCの長さをLとすると，ELボルトだけBCの電位が高い．

3．起電力の大きさの表し方

3．1．起電力の定義

図3のように，Xを負極，Yを正極，とする電池を考える．起電力の大きさは，起電力の原因となる（単位電荷あたりXYに沿って働く力） $\times$ （XYの長さ）で定義される；

$$V_{\text{emf}} = F/q \times L \quad (1.1)$$

ここでqの電荷にFのXYに沿った力が働くとし $\overline{XY} = L$ とした．このように定義した時，電流の流れていない回路でのXY間の実際の電位差は起電力の値に一致する．起電力の単位はボルトである．

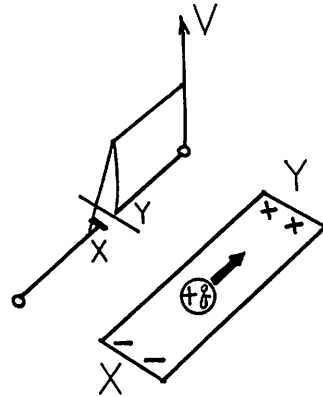


図3

起電力の測定は，電池に電流が流れていない状態で二極間の電位差を測る事でなされる．測定装置はポテンシオメーターと呼ばれる．

上で定義した起電力が電流 $I = 0$ の時の両極間の電位差に等しくなることは前節の議論では示されたようなものであるが，ここで復習しておこう．

図3で，起電力の原因となるXYに沿った力のためXは負Yは正に分極をおこしている．YからXに向かった電場Eが発生している． $I = 0$ の時は電荷は静止していて，電荷に働く力FとqEが釣り合っている． $F = qE$ ．従って，XY間の電位差は

$$V_{XY} = EL = FL/q \quad (1.2)$$

となり上の起電力と一致する．

3．2 実際上の問題

回路に電流を流すと電池の中を流れる電荷には速度に比例した抵抗力 $k v$ が働くため、電子に働く力の釣り合いの式は $F - k v = q E$ となる。XY間のじっさいの電位差は

$$V_{xy} = E L = F L / q - k v L / q \quad (1.3)$$

$$= V_{emf} - \Delta V \quad (1.4)$$

もともとの起電力 V_{emf} からは ΔV だけ下がってしまう。また電荷が流れていない時の力と同じだけの力を電荷が流れている時出せないようなこともありうる。そんなわけで電池が働いている時の両極の電位差は起電力からある ΔV だけ低下しているというのが普通である。

電流 I は $I = e n v S$ (e は電子の電荷, n は数密度, S は導線の断面積) なので上式の $\Delta V = k v L / q$ は $\Delta V = I r$ の形で書いて r を内部抵抗と言っている。

尚, 「 $I = 0$ のときの両極の電位差」で起電力を定義せずに (1.1) 式によって定義するのは、磁場が変化していて静電場や電位が唯一に定義できないときにも起電力という量をひき続き利用するためである。

電磁誘導やその他いくつかの起電力の場合については回路に沿った力を考える事はやさしい。しかし、化学電池のような場合は難しい。その時は (1.1) 式の $F L$ の部分を X から Y へ動いたとき電荷のされた仕事 W とみて、単位電荷あたりの仕事として起電力を定義することも可能である。

$$V_{emf} = F L / q = W / q \quad (1.5)$$

しかし回路に沿った力を及ぼすが電荷には仕事をしないというあまのじゃく (ローレンツ力) もいて両者の定義は一長一短である。

4. 磁場中で動く導体に現れる起電力

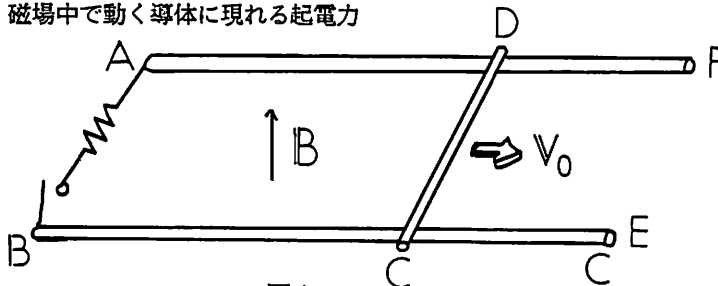


図4

図4のようにコの字型をした導体のレールFABCEがあって、上方に向かって磁束密

度Bの磁場がかかっている。レールに掛けられた導体棒CDが図中右へ速度 v_0 をもって動いているとする。AB間には抵抗を取りつけ、Bのところにはスイッチをもうけ、さしあたり開いておこう。

CD間に電位差があらわれる。なぜか？

CD内の自由電子はDCに垂直な速度 v_0 を持つために、CD方向にローレンツ力を受ける。Dが負Cが正になるように分極を起し、C側が高電位D側が低電位になることはいままで習ったことから容易に理解される。ここに発生した起電力の大きさは

$$\begin{aligned} & (\text{CD方向の力}) \times (\text{CDの長さ}) \\ &= v_0 B L \end{aligned} \quad (1.6)$$

である。

これまではスイッチを開いていたが、今度はスイッチを閉じ電流を流してみよう。スイッチが閉じられ電子が $\overrightarrow{CD}$ に沿って動き始めるやいなや v_0 と反対の方向にローレンツ力が働く。ブレーキがかかる。(1.5)式の起電力を維持するためには v_0 の方向に外力を加えなければいけない。

CDに沿った力だけでなくCDに垂直な力が必要になる。なぜか？

電子に働くローレンツ力はCDに沿った成分を持つが電子の速度に常に垂直なため、結局ローレンツ力は電子に仕事をしない。従って v_0 方向に外力を加えない時は回路にエネルギーを与える事ができない。外力はエネルギーを供給するためにぜひ必要である。

回路の電流をIとしてブレーキにみあった外力は $F = I B L$ で、この外力による仕事はその方向の速度を掛けて $F v_0$ 。毎秒I[C]の電荷を運んでいるので、単位電荷あたりの仕事量は

$$F / I = I B L v_0 / I = v_0 B L \quad (1.7)$$

で、これは(1.6)でもとめた起電力に一致する。

ローレンツ力と外力の役割についてはエネルギーによる上述の議論は実は充分とはいえない。運動論的にも外力の重要性は示される。そこで理解を助けるための力学のアナロジーを第二部4節に与えたので是非参照されたい。

第二部 いくつかの考察

1. 指導の順序について

一つの慣性系で得られた法則をまず理解する。次に、他の慣性系を併せて考え、不変なものや変換則を学ぶ。この順が適切である。第一段階から第二段階へ入る時の導入としておもしろい問題が幾つかあって、そのいくつかが今回の「電磁気討論」で話題となった。

教科書のようなローレンツ力を電場にすりかえるようなやり方は第一段階にある高校教科書では不適切である。

上述した第一段階で考えるひとつの慣性系は実験室系とも呼ばれる。この系で真なものは磁束規則 $V = -d\Phi/dt$ ではなく、 $\text{rot } \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$ と $\mathbf{F} = q \mathbf{E} + q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ である。

この問題は定常なので $\text{rot } \mathbf{E} = 0$ ，すなわち電場がポテンシャル場になる $-\text{grad } \phi = \mathbf{E}$ 。以下の議論では差し当たりこの条件の下で考える。

非定常の時はつぎの機会に述べたいと思っている。

〔補足〕一つの慣性系を指定したとき初めて電場・磁場は各々定まる。従って、一つの慣性系を指定しないで電場・磁場を議論してはならない。（「電気力 $q \mathbf{E}$ とローレンツ力 $q \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ はそれほど厳密には区別できない物理量であるから．．．」といった議論の展開は誤っている。系が決まれば両者は厳密に区別される。）

磁力線が動くという考え方は避ける方がよい。物理的に過大にも過少にも評価しない磁場の表象はひとつのベクトル場である。目に見易くするために磁力線を考えるが、磁力線の運動の議論は意味がないし誤解を生む。

2. (両極間の電位差) = (起電力)?

2. 0. はじめに

磁場中を動く導体の起電力を求めることは、棒の両端の電位差を求めることで達成される。従って導体棒内の電場が $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ であることを示しこれに棒の長さを乗ずることで起電力が得られる。このように以前私は考えていた。しかしこの考えの中には電位差の発生と起電力の発生の間を関係をうやむやにしたところがあって、この考えは正しくない。このあたりの事情を明確にし、起電力のうまい定義を与えたいと思う。

2. 1 導体内の電子系はエネルギーの運搬役

ひとつの電池とひとつの負荷からなる閉じた図5のような回路を考える。回路を作る導体を電子は自由に動くことが出来る。この多数の電子からなる系に対して、電池では仕事

がなされる。一方負荷ではこの電子系はエネルギーを失う（外に仕事をする）。電子系にされる毎秒のエネルギーを $\mathcal{E}_{in}$ 、電子系が失う毎秒のエネルギーを $\mathcal{E}_{out}$ とすると、 $\mathcal{E}_{in} = \mathcal{E}_{out}$ で、電子系はエネルギーを運ぶ役を勤めている。

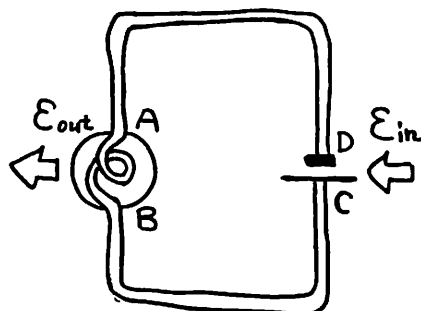


図 5

2. 2. 遠方にエネルギーを伝達する手段を静電気力は与える

電子系がエネルギーを運べるのは、図 5 で B C 側で高電位・A D 側で低電位になるからである。電子が C から D に動く時、起電力の原因となる非静電力をうけて、電子は大きな位置エネルギーを持つ。ついで A へ行き、A から B ではこのエネルギーを失う。これはイオンとの衝突による B から A の方向の摩擦力を受けるからである。この過程と等価な力学モデルを図 2 に示したので参照されたい。

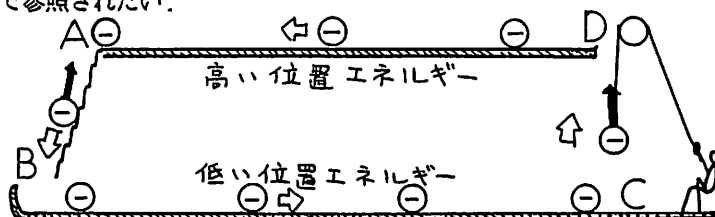


図 2 再掲

以上のように電子系はポテンシャルエネルギーの形でエネルギーを運搬する。従って導体で繋ぎさえすればどんな遠くへもエネルギーを運ぶことができる。これが電気が実用上重宝な理由である。尚、更に深い原因をたどれば、静電気力が存在するためエネルギーが運べると言うことになる。

回路の負荷が仕事をしてくれるかどうかは電池の両極（C D 間）に電位差ができるかどうかで決まる。このような現実の前に、電池の起電力というまず両極の電位差のことを我々は考える。C D 間の電位差は $\vec{CD}$ 方向にできた電場 $\mathbf{E}$ と C D の長さ L との積で求められる。

2. 3. $\mathbf{E}$ はどのようにして求められるか？

ではどのような方法で導体中の電場が決まるのだろうか。電子の運動のしかた（このなかには電子が導体内に拘束されていることをもちろん含む）、及び電子の分布（電荷分布 ρ 。）が関係しているように見える。別な言い方をすれば、電子の運動方程式とガウスの法則（ $\text{grad } \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0$ 。）が関係している。以下に電場の決まり方を説明する。

重大な現実、電子に働く力は圧倒的に電磁力 ($-e\mathbf{E} - e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$) が大きいことである。(ここで $-e$ は電子の電荷、 $\mathbf{v}$ は速度。) ほんの少しの電子の分布の偏りでも巨大な電場が発生する。次に大きいのは抵抗で生ずるイオンとの摩擦力である。更に e/m (m は電子の質量) が大きすぎるために電子の慣性は殆ど問題にならない。以上の点に留意して考えてゆく。

電子の運動方程式は

$$m d\mathbf{v} / dt = -e\mathbf{E} - e\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \nu m \mathbf{v}' + \mathbf{F} \quad (2.1)$$

ここで t は時間、 $\mathbf{v}'$ はイオンと電子の相対速度、従ってイオンの速度を $\mathbf{v}_0$ とすると $\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$ 、 ν は電子とイオンとの有効衝突頻度、 $\mathbf{F}$ はほかの外力である。先に述べた理由で慣性項は除くことができる。電流密度 $\mathbf{j} = -en\mathbf{v}'$ (n は電子の数密度) を導入すると、

$$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{j} + \mathbf{F}' \quad (2.2)$$

ここで $\eta = \nu m / e^2 n$ は抵抗率であり、 $\mathbf{F}' = \mathbf{F} / e$ 。(2.2) 式はオームの法則と呼ばれる。

$\mathbf{E}$ を求めるための細かい手続きを言うと、この式を $\text{rot } \mathbf{E} = \partial \mathbf{B} / \partial t = 0$ (定常) に代入し $\mathbf{E}$ を消去し、電荷保存の式 $\text{div } \mathbf{j} = 0$ と導体全体の運動方程式をあわせて解いて、 $\mathbf{v}$ や $\mathbf{j}$ が求められる。その結果をオームの法則(2.2) に代入して $\mathbf{E}$ が求められる。最後にこのようにしてえられた $\mathbf{E}$ から

$$\rho_0 = \epsilon_0 \text{div } \mathbf{E} \quad (2.3)$$

として電荷分布がもとめられる。

以上が $\mathbf{E}$ の決まり方の大筋であるが、 $\mathbf{E}$ の決定に電子の運動方程式が重要な役割を演じていることがわかる。上式は微分形のためわかりづらいこともあるかとおもうが、五十嵐⁽¹⁾氏の論文で等価なことが行われているので比較するとよくわかる。

ここで述べたいことは細かな電場決定の手続きではない。起電力の発生する部分に抵抗がある時(確かに通常 $\eta \neq 0$)、その部分の電場は、その部分の局所的な議論では決して求められない点が重要である。考えている部分から遠く離れた場所の抵抗が、考えている部分の電流を変化させ、そのため(2.2) 式より求められる電場も変化する。

我々のもとの問題にもどれば，CD間に内部抵抗 r がありAB間に抵抗 R があるとCD間の電場は $R/(R+r)$ に比例して変化する．従ってCD間の電位差も R と r によって変化する．

2.4. 電位差の発生と起電力の発生を分離しよう

2.2節でみたように，負荷で仕事をさせることを強く意識して起電力を考えるとCD間の電位差 V_{cd} によって起電力を定義するのが自然である．しかし回路に電流 I が流れると電位は $I r$ だけ減少する．すなわち $I=0$ のときの電位差を V_0 ．とすると $V_{cd}=V_0 - I r$ となる．あくまで電池以外のところでの仕事を重視するなら $V_0 - I r$ を実効起電力とでもいって用いることになるのだろう．

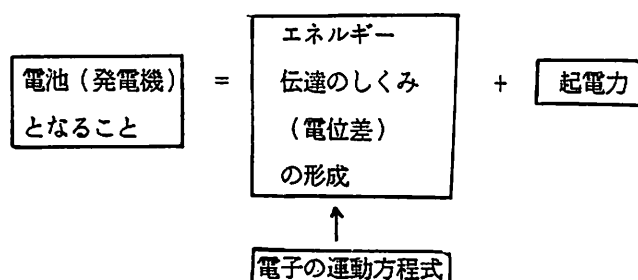
しかし，起電力のメカニズムに注目してそのメカニズム固有の特性を示す量として起電力を考えようとひとたび思うと，「 $I=0$ のときのCD間の電位差 V_{cd} を起電力と呼ぶ」のがよいように見えてくる．この定義はブリッジ回路で起電力を測定するときの考え方そのものである．

このような起電力の定義は起電力の発生機構に無関係な現象論的定義といえよう．我々はこのあとこのような起電力の定義を棄てることにする．単に「 $I=0$ のときのCD間の電位差で起電力が測定できる」と言うにすぎない．

節で述べたように，回路に電流を流そうとするもっと直接的な原因——電子に働く力——がある．その力の結果として電子は動いてエネルギー伝達のしくみ——電位差——をつくる．

起電力の直接の原因を考えて，それから導かれる自然な起電力の定義を以下の節で求める．

この節の結果；



3. 力の循環=起電力 vs エネルギーの供給=起電力

3.0. はじめに

電池では、非静電的エネルギーが静電的エネルギーに変換される。起電力発生のおきみを示すことはこの変換のおきみを示すことに等しく、変換する「力」を示す量が起電力（起電圧） V_{emf} である。従って起電力は、電子系に与えられる毎秒のエネルギー $\mathcal{E}_{\text{in}}$ を用いて、 $I V_{\text{emf}} = \mathcal{E}_{\text{in}}$ で求められるだろう。すなはち V_{emf} は、単位電荷あたり C D 間でされる仕事で求められそうである。

議論を精密にするために電子に働く力の回路に沿った線積分を考える。

3. 1. 単純な例

まずはじめに考える回路は図 6 のようなものである；C から D へはなにかの外力 F が働いているとする。極端な想像をするなら C から D へ電子を手でつまんで運ぶようなことを考える。A B 間には抵抗力が働くとする。回路は動かない。従って電子の速度 $\mathbf{v}$ は、電子のイオンに対する相対速度 $\mathbf{v}'$ に等しく回路に常に平行である。電子に働く力は

$$-e\mathbf{E} - \nu m\mathbf{v} + \mathbf{F} = 0 \quad (2.3)$$

である。2. 3 節に述べたことから合力は 0 になる（力は釣り合っている）。

回路を一周する線積分をこの式に施す（便宜上 $-e$ で割った）

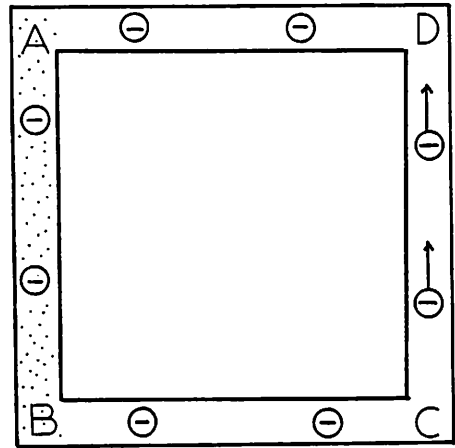


図 6

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + \oint (\nu m\mathbf{v}/e) \cdot d\mathbf{s} - \oint (\mathbf{F}/e) \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (2.4)$$

0 の積分は 0 である。今 $\mathbf{E}$ は静電場なので $\mathbf{E} = -\text{grad } \phi$ で

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\oint \text{grad } \phi \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (2.5)$$

になる。従って

$$\oint (\nu m \mathbf{v} / -e) \cdot d\mathbf{s} = \oint (\mathbf{F} / -e) \cdot d\mathbf{s} \quad (2.6)$$

電子は回路に沿って動くのでこの積分は（電子に働く力）×（電子の変位）になり(2.6)式は電子系の単位電荷あたりの外力によりされる仕事（右辺）が抵抗によって失うエネルギー（左辺）に等しいという意味をもつことになる．右辺は求めていた起電力の定義である．

(2.6) 式は抵抗が回路のどの部分に分布していてもかわらない．右辺は回路に渡って $\mathbf{F}$ のみを積分するから CD 間に抵抗があってもそれとは関係なく不変量として求められる．

CD 間の起電力は $\mathbf{F} \cdot \mathbf{L} / -e$ である．

3. 2. V_{emf} と V_{cd}

前節で与えられた起電力の定義は

$$V_{emf} = \oint (\mathbf{F} / -e) \cdot d\mathbf{s} \quad (2.7)$$

であった． CD 間でのみ起電力があるときは、(2.3) 式を用いて少し変形すると、

$$V_{emf} = \int_C^D (\mathbf{F} / -e) \cdot d\mathbf{s} = - \int_C^D \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + \int_C^D (\nu m \mathbf{v} / -e) \cdot d\mathbf{s} \quad (2.8)$$

となる．ここでもし電流が0 ($\mathbf{v} = 0$) であるとすると、上式は

$$V_{emf} = - \int_C^D \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \int_C^D \text{grad } \phi \cdot d\mathbf{s} = \phi_D - \phi_C \quad (2.9)$$

となる．こうして「電流が0のとき両極の電位差 V_{cd} として起電力 V_{emf} が測定できること」が示されたことになる．

3. 3. ローレンツ力起源の起電力

次はいよいよコの字型のレールの問題；磁場があって CD の部分が動いている場合を考えよう．

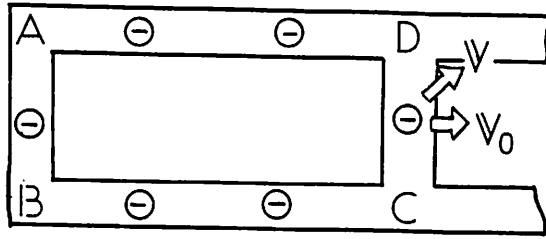


図7

こんどはCDが動いている．積分路が動く！そこである時刻を固定してその時の状態で積分する．起電力はある瞬間における量として求められる．

今度は、電子に働く力にローレンツ力が入る．CDを動かす外力Fはイオンとの相互作用として電場を介して電子に伝えられる．しかしこの現実をそのまま扱うとイオンの運動方程式も連立して解かなければならない．これでは話がみにくくなるので、CDを引く力は直接電子に加えられたという簡単化をする．下の式でFはCD間でCDに垂直に働く外力である．力の釣り合いは

$$-eE - \nu m \mathbf{v}' - e \mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{F} = 0 \quad (2.10)$$

となる．回路が動いているのでCD間では $\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$ である． $\mathbf{v}_0$ はCDの速度． $\mathbf{v}$ と $\mathbf{v}'$ は等しくない．この式の回路を一周する積分をとると、

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} + \oint (\nu m \mathbf{v}' / e) \cdot d\mathbf{s} + \oint (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s} + \oint (\mathbf{F} / -e) \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (2.11)$$

第一項についてはやはり(2.5)式が適用できる．また $(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s} = (\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s}$ (なぜなら $\mathbf{v}' \parallel d\mathbf{s}$, $\mathbf{v}_0 \perp d\mathbf{s}$) , $\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = 0$ という事情がある．かくして

$$\oint (\nu m \mathbf{v} / -e) \cdot d\mathbf{s} = \oint (\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s} \quad (2.12)$$

を得る．左辺は単位電荷が仮にこのままの状態で回路を一周したとして散逸するエネルギーである．右辺が起電力．電子系へのエネルギーの注入に対応する．

しかしここで重大な注意をしなければいけない．この式は回路の電子系がする仕事とさ

れる仕事のバランスを表していない． V_{emf} を回路の電子系に単位電荷あたり C D 間で与えられるエネルギーとしようとしたはじめのまぐろみどりになっていないのである．この式は確かに $(\text{力}) \times (\text{距離})$ の形をしているが， $d\mathbf{s}$ (回路の方向) と電子の速度 $\mathbf{v}$ が平行でないために $(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s}$ は回路の電子系にする仕事にならない．もし回路の電子系のエネルギーの収支を論じたいのなら電子に働く力に電子の速度 $\mathbf{v}$ を乗じて

$$-e\mathbf{v} \cdot \mathbf{E} - \nu m \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}' - e\mathbf{v} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \mathbf{v} \cdot \mathbf{F} = 0 \quad (2.13)$$

$$-e\mathbf{v} \cdot \mathbf{E} - \nu m \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{F} = 0 \quad (2.14)$$

を体積積分するのが本筋である．回路の電子系は外力によって仕事をされ位置エネルギーを得る．ローレンツ力は電子の速度に常に垂直で電子系に仕事をしない．

繰り返しになるがこれまでの結果をまとめると次のようになろう．電子系にあたえられるエネルギーから起電力を定義しようと思って得た (2.12) 式の右辺，

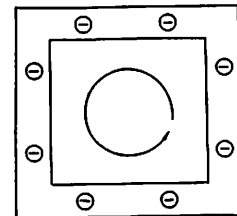
$$V_{emf} = \int_C^D (\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s} = v_0 B L \quad (2.15)$$

は電子系への単位電荷あたりする仕事の直接の表現でない．この表式は単にある時刻に於ける回路に沿った力と回路の長さの積にすぎない．

では (2.6) ・ (2.12) 式の右辺で得られた起電力は一体どのような物理的意味を持つのか？

答えは簡単である．図 8 a のような口の字の回路を考える．導体の中には自由電子がある．この回路に電流を流すには回路に沿ってぐるぐるまわす力が働けばよい．これが最も率直な起電力の表現である．

図 8 b のような回路の電子にいろいろな方向の力が働いているとする．この回路に結局どのように電流が流れるかはこの力 $\mathbf{F}$ の回路に沿った成分をとり，その成分を積分すればよい．



a



図 8 b

$$\mathcal{C} = \oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.17)$$

これを力の循環と呼ぶ。単位電荷あたりの循環が起電力である。；

$$V_{\text{emf}} = \oint (\mathbf{F} / -e) \cdot d\mathbf{s} \quad (1.17)$$

このよに起電力の最も本質的部分は（電子を回路の中に巡らせる力）＝（力の循環）である。

図7でDCが回路に垂直な速度 $\mathbf{v}_0$ を持つと回路に沿ったローレンツ力が働き循環を作る。（ローレンツ力） $\perp \mathbf{v}_0$ がミツで、回路に沿った力はそう簡単に作れないが、回路に垂直な運動は容易に作れるので、このこととローレンツ力の性質を利用して回路に沿った力をうまく作っている。まさしくローレンツ力起源の起電力というにふさわしい。

問題は解決していない。電子系へのエネルギーの注入と循環とはどのような関係にあるのか。そしてローレンツ力と外力の役割をどのように考えればよいのか。この点について以下の節で述べよう。

4. ローレンツ力と外力の役割

ローレンツ力と外力の共同によって電子が電氣的ポテンシャルの坂を登ってゆくしくみは以下の力学モデルによってわかりやすく説明することができる。

なめらかな平面上を物体が等速度運動をしているとしよう；



図9

この物体はこの物体の運動エネルギーにみあった分だけ高い重力の位置エネルギーを持つことができる。しかしこのままでは決してそれは実現されない。それを実現するには坂を作ってやればよい；

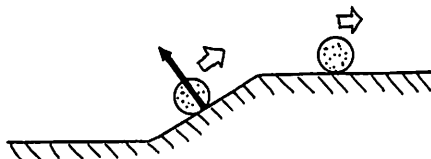


図10

これで物体は高い位置エネルギーを確保することができた．これを可能にしたのは斜面からの垂直抗力である．

斜面からの抗力は物体に仕事をしないが運動の方向を変え，運動のエネルギーから位置エネルギーへの変換のしかけを完成している．

コの字型のレールの問題に対してもっと直接的な力学モデルは，水平な力を加えて物体に仕事をする時に現れる．

水平面上で物体に水平な力を加えても物体の位置エネルギーは決してふえない；

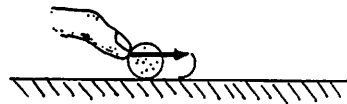


図 1 1

しかし斜面があると状況はがらりとかわる；

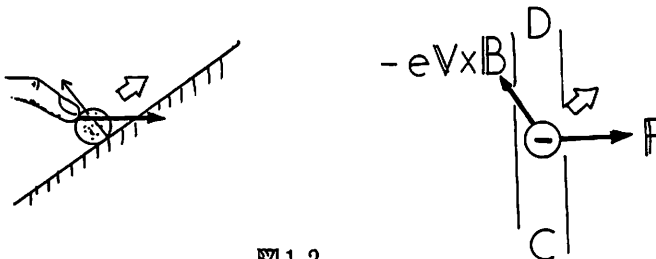


図 1 2

外力 F が水平にもかかわらず斜面からの抗力のおかげで物体は坂を登ってゆく．水平な力を重力の方向に有効にしているのは抗力の働きである．右どなりに電磁現象との場合との比較をしてみた．左の斜面の図がどのようなモデルになっているかは文字を用いるより，2つの図をみくらべて考えることで充分わかると思う．

力学モデルでわかるようにエネルギー変換のしかけの中には正味仕事をしないが運動の方向を変える力が働いているというのはむしろ日常的である．

これまでのまとめ

- ① CD に垂直な運動を原因として CD に沿った力（力の循環）を作るのはローレンツ力のやくめである．
- ② ローレンツ力は仕事をしない．
- ③ ②から外力を加えて電子系に仕事をする力が必要である．
- ④ ローレンツ力は CD に垂直な力を CD に沿った力に効くよう変換している．

しかしこれではまだ充分でない．いま回路を切った状態を考える．この時 $I = 0$ で CD 間に分極を生じたところで電荷はとまる． CD の速度が v のままでも外力はいらない．ひとたび回路を閉じると電子は CD 方向に運動を始める．すると とたんに $-v$ 方向に力が働く．ここでいわば第二のローレンツ力がでてくるがこのローレンツ力の出現と関連

した問題がある。

斜面のモデルをもういちど使う。水平な運動に対して斜面を用いて垂直な運動が作れた
 () $\mathbf{v} \perp \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ なるローレンツ力の性質のために垂直な運動が現れたとき斜面は変化して；

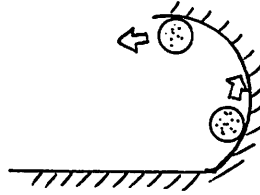


図 1 3

のような面が現れる。これは磁場中の旋回運動のことをさしている。あくまで順調に物体が上方に登るようにするためには坂をむりやり；



図 1 4

とつくらねばならない。この役目を外力がはたしている。これは磁場中の荷電粒子のドリフトが外力 F を原因として $F \times B / q B^2$ で表せることのモデルである。外力の役割は単にエネルギーの供給だけではなく、電子が C から D に移動するために運動学的に必要なのである。まとめの中に

⑤電子が C D へ移動するためには $\mathbf{v}_0$ 方向の力が必要である。
 をくわえなくてはならない。

(1) 日本物理教育学会誌 Vol. 32 194

「物理教育」が問題なのだ

－電磁気学通信討論における私の基本主張－

信州大学 理学部

勝木 渥

染谷氏の「平行二直線電流間力の検討」（'85.2.26 付）に対して4月25日付で述べた見解、および それに対する染谷氏の7月10日付意見に対して8月5日付で述べた見解が以下のものである。

4月25日付 見解

1. はじめにに対して

染谷氏は、私の最初の論文（『物理教育』31 33）の問題提起の主目的を全く理解していない。私の主目的は、特殊相対性理論の講義のさいに、2つの直線電流間の力が教材として使えるということを示すことにあった。静電的なクーロン力と力のローレンツ変換とから、電流の作る磁場の中でのもう1つの電流が受ける力が導き出されるということの面白さを示すことにあった。

“Feynmann の議論と勝木の論文とでは扱っている力が異っており、そこに勝木論文の意義がある”との旨のことを染谷氏は述べているが、これは見当違いである。そのちがいは、私の単純な考え落としから生じたことであり（この点は青野氏の明快な指摘によって解決した）、電流の流れているときの導線の電気的中性を前提として論を進めた Feynmann の物理的センスの確かさと、電流のないときに導線が電気的に中性だと（固定観念的に）思いががる私の物理的センスの俗っぽさとのちがいのあらわれでもあった。

2. S 、 S' 系における力の性質についてに対して

染谷氏は、私が「物理教育」の教材としてこの問題を取り上げているということが理解できていない。

私は私の学生たち（物理学科以外の学生をも含む理学部1，2年生）を念頭におき、次

のような考え方を展開した。

まず、導線中の電荷を正電荷と負電荷にわけ、正電荷に働く力と負電荷に働く力とを合わせたものが導線に働く力であると考えた。（私の論文を批判的に論じたいならば、まず、この考え方の当否を批判的に論ぜよ。）ついで、それぞれの電荷に働く力が静電力になるような座標系に移ってそれぞれの電荷に働く力を求め、それを（力のローレンツ変換によって）実験室系にもどして、実験室系での導線に働く力を求めるということをやったのである。（したがって、電磁場の変換それ自体を、ここでは前提とも問題ともしていないのである。むしろ、この教材がのちの電磁場の変換のための伏線にもなるのである。）

私の議論を「堂々めぐり」だというのは、染谷氏が私の議論の筋道（物理教育の場での、学生の状態についての私なりのある想定に基いての）を理解しえておらず、染谷氏の頭の中でそれが「堂々めぐり」になるような論理展開の枠組みを作っているからである。（染谷氏の枠組みも間違いではない。私のやり方も間違いではない。染谷氏の間違いは、染谷流の枠組み以外のものは間違いだと思ってしまう点にある。）

3. 4. S'系での力、普通の電磁気学と相対論的電磁気学に対して

原稿「ふたたび、二つの直線電流間に働く力について — 物理教育の問題として —」では私は「電磁現象を特殊相対性理論の立場から考察して導き出した結論は“ふつうの電磁気学”に基いて導き出した結論と厳密に一致しなければならない」と考え、「両者を比較する場合は厳密に一致することを示すべきである」と主張した。この主張の当否について、染谷氏は端的には述べていない。染谷氏は、私のこの主張を、正しい・もっともなことだと考えるのか、それとも「常に相対論の結果を古典論のそれと一致させようとする観念は捨てるべきである」と今なお考えておられるのか、yes か no かでははっきりと答えてほしい。

これは染谷氏の理解が根本的に誤っているか否かを判定するために必要である。

5. おわりににたいして

染谷氏の論文（『物理教育』32 58）中の、私の指摘した誤記はほとんど致命的ともいえる誤記である。同論文 § 3（1）式について、その特別な場合としての静止点電荷間の力と（1）式との不一致、（7）と（8）との次元の不一致、§ 5での相対論の結果と古典論の結果との比較に関する明らかに誤った見解の表明等は、この染谷論文を全く信用のおけない論文だと私に思わせた。私の論文に対する見当ちがいの批判が述べられていなかったら、私が染谷論文を精読することはなかったであろう。

染谷氏は「教育のための努力と研究のための活動とをはっきりとは区別していない」で、「研究により得られた結果はどれもすばらしい教材になり得る」と考えておられるようであるが、研究結果が教材となりうるためには具体的な教育の場の設定（どのような学生・生徒に対して、どのような意図・目的のもとに、何を教えたいか）と、その場にふさわしい教材にするための独自の作業が必要なのである。私が「物理教育」の場から提起した問題への染谷氏の見当外れの批判と応答は、まさに「教育のための努力と研究のための活動とをあまり区別しない」（＝教育には教育独自の作業と努力とが必要であることを理解せず、研究さえしていればそれで充分だとする）立場から生まれたものである、と私は考える。

すでに原稿「ふたたび……」で書いたように、二つの直線電流間に働く力については、物理学的には解決済みである。染谷氏が解決済みの問題に、論文（『物理教育』32 58）によって、混乱をもちこんだのである。

私の言いたいことは、基本的に原稿「ふたたび……」とそれへの「補足」で尽きており、あとは染谷氏が物理学と物理教育の立場から、私の主張をどれだけ理解しうるにかかっている。3. 4. の項で私の述べた質問に yes か no かで染谷氏が端的に答えてくれることを望む。

8月5日付 見解

1. 染谷氏は勝木の論文の主目的を明確に理解していると述べているが、氏の書いていることから明らかなように、氏は「物理教育の教材」としての問題提起の意味を全く理解しえておらず、「物理学の問題」としてのみ理解している。
2. および 3. 私は、負電荷・正電荷にはたらく力が、それぞれ静電的なクーロン力になるような系で力を考え、それをもとの実験室系に移したのである。ある座標系における力を別の座標系における力に変換することは、その力の原因が何であろうと、力の変換則により行うことができる。
4. これは、電磁気学の理論体系と特殊相対性理論の理論体系との相互の関係に関する理論的認識にかかわるものである。染谷氏の yes の答えは、基本的認識の誤りを自ら認めたに等しい。電流 I は電荷密度 ρ と速度 v の積であり、電磁気学であらわに現われるのは、 I であって v ではないから、 ρ が小さくて v/c が大きい（1に近い）場合のことも正しく表わされておらねばならぬ。恣意的に $\beta \ll 1$ においてはいけない。 $\beta \sim 1$ の場合にも正しい表式が得られていなければならない。 $\beta \ll 1$ の時だけ正しく、 $\beta \sim 1$ の時には正しくない表式が得られたとしたら、どこかに考え落としがあるのである、私が帯電した導線の間のクーロン力を考え落としとしていたように。
5. 染谷氏は、私が氏の誤記を重ねて指摘したことを執拗過ぎると非難している。しかし、私は敢えてもう一度いうが、このような初歩的誤記は、他人に自分の論文を読ませようとするときには、致命的である。私には染谷氏の批判に答えようとの気持があったから、染谷論文を染谷氏の意図のとおり読み取ろうとして、補い読みをしたけれども、そのためにはかなりの余分の時間を要した。その気持がなかったら、私は染谷論文を読まずに捨て置いたであらう。

染谷論文の物理学的に致命的な誤りは、うへの 4 で指摘したとおりである。

また、研究と教育の関係について染谷氏を批判した私の意見を染谷氏は、染谷氏の立場を『……研究さえしていればそれで充分だ』と曲解するものだとしている。染谷氏が『……』と書くだけであらわには引用していない部分にこそ、私の強調したいことがあった。つまり、『教育には教育独自の作業と努力が必要であることを理解せず、研究さえしていれば……』。引用文におけるこの肝心な部分の脱落といい、うへの 1 で指摘した理解のし損ないといい、染谷氏の教育に対する基本的無理解を示している。

電磁気学通信討論の要約

静岡大学 工学部

染谷太郎

論文概要：§ 1 では勝木氏の論文（文献 1）の内容が受け容れ難いものであることを述べる。§ 2 では平山氏の論文（文献 2）の結論が場の基礎方程式に反する点を指摘する。§ 3 では三門氏の論文（文献 3）に対する批判的な考えを示す。§ 4 では私の論文（文献 4）に関連して、電磁誘導起電力および関連事項について考えを示す。

§ 1 平行二直線電流間の力

勝木氏の文献 1 は氏の以前の文献 5 に関連する私の文献 6 に対して氏の正当性を主張した形になっている。文献 5 の取り上げた第 1 モデルでは、S 系（実験室系）で平行な導線 i 、 j 中を速さ v で動く電子により電流 I 、 J が流れる。文献 5 の結論は

「二つの直線電流の間に働く力を静電的クーロン力に帰着させることができる。」
(I)

である。文献 6 の結論は

「S' 系（電子と共に動く系）でも電流間力はやはり事実上電磁的である。」
(II)

である。

S 系で i におけるローレンツ短縮により j 中の負電荷が静電力を受ければ、 j の正電荷も静電力を受ける。 j 中のローレンツ短縮を考慮しても j に働く正味の静電力は S 系における電磁力の β^2 倍 ($\beta = v/c$) のオーダーの量である。S' 系では正電荷の間には電磁力が働き、これは S 系における値と同オーダーの量である。

文献 1、5 では j 中の負電荷に働く力のみを考え、S' 系では負電荷密度 σ_-' が電界 から受ける力は

$$F' = \sigma_-' E' \quad (1)$$

であるとし、さらに を S 系で見ると負電荷密度 σ_- に働く力が

$$F = F' \quad (2)$$

となるとしている。結論 (I) は (1) 式のみに関係するもので、(2) 式は不要であり、

一種の堂々巡りとなっている。(1)式から言えることは、S系で負電荷に働く電磁力がS'系では同電荷に働く静電力であるということであって、結論(1)ではない。結論(1)はS'系で正電荷に働く力を考えないことから来る誤りである。この点は思考の出発点をS'系の状態に置いてみれば一層明らかである。このとき正電荷に働く電磁力を無視することはあり得ないであろう。

文献1は普通の電磁気学の結論と相対論的電磁気学のそれとが常に厳密に一致すべきであるとしている。この点に関連して文献5で取り上げられている第2モデルでは、S系において電流が流れていないときに、i、jが電気的中性に保たれる。電子の運動によりi、jに電流が生じ、これらの間に電磁力が働く。S系でのこの電流はローレンツ短縮を考慮するか否かにより1に対し β^2 のオーダーの量だけ異なる。相対論と非相対論の結果は電磁力の大きさそのものについてすでに異なっている。S系でローレンツ短縮による静電力が働くか否かも両理論の結果の相違である。

§ 2 相互誘導起電力の起源

平山氏の文献2の結論は運動電荷による誘導場がすべてスカラーポテンシャルから導かれるということである。この結論は場の基礎方程式

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \quad (3)$$

に反する。運動電荷の相対論的ポテンシャルは

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \tilde{S}} \quad (4)$$

$$\mathbf{A} = \frac{q\mathbf{v}}{4\pi\epsilon_0 c^2 \tilde{S}} \quad (5)$$

により与えられる。 $S = r - \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{v}}{c}$ である。 $\tilde{}$ は遅延位置における量を意味する。 $\mathbf{r}$ は電荷から観測点への位置ベクトル、 $\mathbf{v}$ 、 $\mathbf{a}$ は電荷の速度、加速度である。変数の変換

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\tilde{r}}{\tilde{S}} \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} \quad (6)$$

$$\nabla = \nabla - \frac{\tilde{r}}{c\tilde{S}} \frac{\partial}{\partial \tilde{t}} \quad (7)$$

を用いて(3)式を計算すると

$$-\nabla \phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{\tilde{r}}{\tilde{S}^3} - \frac{\tilde{r}}{\tilde{S}^3} + 2 \frac{(\tilde{r} \cdot \tilde{r})}{\tilde{S}^3} \tilde{r} - \frac{\tilde{r}^2}{\tilde{S}^3} \tilde{r} + \frac{(\tilde{r} \cdot \tilde{r})^2}{\tilde{S}^3} \tilde{r} + \frac{\tilde{r}(\tilde{r} \cdot \tilde{r})}{\tilde{S}^3} \tilde{r} \right\} \quad (8)$$

$$-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \left\{ -\frac{\tilde{r}\tilde{a}}{\tilde{S}^3} - \frac{(\tilde{r} \cdot \tilde{v})}{\tilde{S}^3} \tilde{v} + \frac{\tilde{r}\tilde{a}}{\tilde{S}^3} \tilde{v} - \frac{(\tilde{r} \cdot \tilde{v})(\tilde{r} \cdot \tilde{a})}{\tilde{S}^3} \tilde{v} - \frac{\tilde{r}\tilde{a}(\tilde{r} \cdot \tilde{v})}{\tilde{S}^3} \tilde{v} \right\} \quad (9)$$

を得る。文献2では(8)、(9)式を β に関して展開し、その一次のオーダーまで考慮して点電荷による電界を導いている。さらにこの結果に基づき電氣的に中性な回路上に密度 N_0 で分布する運動負電荷による電界が

$$\mathbf{E} = -\frac{qN}{4\pi\epsilon_0 c^2} \oint \frac{\mathbf{a}}{r} dl_1 \quad (10)$$

であると結論している。 dl_1 は回路に沿う線素である。また(10)式を別の閉路について線積分して電磁誘導による相互誘導起電力を求めている。しかし(10)式は(8)式のみから出て来るものであって、もしこれが正しければ電磁誘導に関して(5)式のベクトルポテンシャルは不要となる。実際には、(8)、(9)式で $\beta=0$ 、 $\dot{\beta}=0$ として $\sim$ を除けば、非相対論的なよく知られた結果

$$-\nabla\phi = \frac{qN\mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (11)$$

$$-\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \left\{ -\frac{\mathbf{a}}{r} - \frac{(\mathbf{r} \cdot \mathbf{v})}{r^3} \mathbf{v} \right\} \quad (12)$$

が得られる。(12)式の右辺第1項を同様に dl_1 について線積分すれば形式的には(10)式に一致するがその出所は全く異なる。文献2における(10)式の導出にはかなり特殊な仮定や計算方法が含まれていて、私には納得できなかった。そこで反証のための計算も試みたが私の方にも不注意による誤りがあって目的を果さなかった。しかし(10)式が(5)式に全く関係していないごとだけで、十分な反証になる。(10)式が(8)式から出て来るものであれば、(8)式の左辺の性質から考えて、(10)式を閉曲線に沿って観測点座標について線積分したものは必ず零になる筈である。平山氏は遅延効果により $\nabla\phi$ の線積分も零にならないと主張するのであるが、そのような効果も含めて、スカラーポテンシャルによる電界が観測点の時刻、位置により $-\nabla\phi$ で表されるのであるから、その線積分が零になるのは、全く数学的な事実である。また文献2では(9)式の第2項を β^2 のオーダーとして省略するような考えが取られているが、 $\beta = v/c$ であるから、この項は β に関して零次の量である。したがって非相対論的な電磁気学でも省略されない。

8.3 変動する電磁場の相互作用

三門氏の文献3では、マックスウェルの式から導かれた

$$\begin{aligned} -\mathbf{j} \times \mathbf{B} &= \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \times \mathbf{B} - \text{div } \mathbf{T}_m \\ -\rho \mathbf{E} &= \epsilon_0 \mathbf{E} \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \text{div } \mathbf{T}_e \end{aligned} \quad (13)$$

が、電流密度 $\mathbf{j}$ 、電荷密度 ρ の場に及ぼす反作用力と解釈されている。 $\mathbf{T}_m$ 、 $\mathbf{T}_e$ は磁気応力テンソル、電気応力テンソルである。負号により反作用力を表そうとしているが、これらの式の力が及ぶのはやはり $\mathbf{j}$ 、 ρ である。同じ実体に作用力、反作用力が同時に加わることはないので、これらの式は反作用力とは言い得ない。これらの式を積分形

$$\int_V (\mathbf{j} \times \mathbf{B} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \times \mathbf{B}) dV = \int_S \mathbf{T}_m \cdot d\mathbf{S} \quad (14)$$

$$\int_V (\rho \mathbf{E} + \epsilon_0 \mathbf{E} \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}) dV = \int_S \mathbf{T}_e \cdot d\mathbf{S} \quad (15)$$

になおしてみるとこの点が明確になる。(14)式は、変動する電磁場を含む領域に対してその表面 S から $\mathbf{T}_m$ により作用力が及ぶことを示している。(15)式も同様に作用力の式である。(13)式も結局作用力の式である。

文献3では $\mathbf{f}' = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \times \mathbf{B}$ を $\mathbf{j}$ から及ぼされる反作用力の一部としさらにこの力は変動電場が磁場から受ける力であると解釈する。また $\mathbf{f}'' = \epsilon_0 \mathbf{E} \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ を ρ から及ぼされる反作用力の一部とし、この力は変動磁場が電場から受ける力と解釈する。電場、磁場を力の作用する実体と考えると、両者が空間の同一点を占めるのであるからこれらの間に働く反作用力をも体積力として考慮しなければならなくなる。(14)式を $\mathbf{j}$ と電場に作用する力と考えると、この式の左辺には電場が磁場から受ける反作用力 $-\mathbf{f}''$ が体積力として加わらねばならないが、これはマックスウェルの方程式により許されない。同様に(15)式の左辺 $-\mathbf{f}'$ を加えることができない。三門氏は途中で反作用力 $-\mathbf{f}'$ 、 $-\mathbf{f}''$ の導入を取り止めているが、このことは電場、磁場を力の作用する実体とする考えの成立しないことを意味する。(14)、(15)式はある領域に作用する磁気力、電気力を表現しなおしたものと考えられる。 $\mathbf{j} = 0$ 、 $\rho = 0$ であってもこの力の正味の値が零でないときには場が変動すると考えられる。文献3の内容は多分に解釈に関係するので種々の考えが成立するであろうが、以上の点を指摘する。

§4 電磁誘導に関する基礎事項

この説は私の文献4に関連するが、通信討論の仮定で述べた内容の多くは文献4の改訂原稿の形で投稿してあるので、ここでは簡単に済ませる。

ある系での起電力とはその系で静止する負荷に電流を生じさせるものであると私は考える。起電力は電界の線積分の形で負荷に加えられる。導体回路が変形しても運動もせず起電力が生ずるばあいには、回路を取り除いても起電力の原因となる電界は空間に分布している。変形しない回路が運動して始めて起電力が生ずるばあいには、回路と共に負荷を運動させこれらと共に運動する系で観測すれば、起電力の原因となる電界はやはり空間に分布すると考えられる。以上二つのばあいには、電磁誘導現象はそれぞれの系で

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (16)$$

により表される。回路の一部が速度 $\mathbf{v}$ で変形して始めて起電力が生ずるばあいには、がその原因であるが、これに応じて回路中に生じた静電界が負荷に加わるべき起電力としての電位差を生じる。このばあいには回路を取り除けば起電力は空間に分布せず、電磁誘導現象を記述する式は(16)式の右辺を零としたものと考えられる。回路があるばあいには、その起電力は磁束の減少率として

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (17)$$

で与えられる。(16)式から(17)式を導くことができる。第3のばあいには、回路があることにより起電力が生ずる点が前の二つのばあいと異なっている。このばあいにも回路の運動部分と共に運動する座標で観測すれば(17)式が成立するのであるが、このような系では負荷に起電力を加えることができない。(17)式の形でしか起電力が考えられない状況では、 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ に相当する静電界が $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ による駆動力を起電力としての電位差に変換している点が重要である。五十嵐氏などは $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ を単位電荷に働くローレンツ力と考え、これが行う仕事として起電力を考えるべきであって、静電界による電位差を起電力と考えるべきではないとしている。しかし $\mathbf{v}$ は電荷の速度ではないので $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ は電荷に働くローレンツ力ではないし、このローレンツ力

は必ず電荷の速度に垂直であるから、ローレンツ力は決して仕事をしない。起電力の根源は回路の面積を変化させている機械的な力である。

(17)式は閉回路に生ずる電磁誘導起電力を尤も一般的に表す。しかし空間に分布する電磁誘導電界を表しているという意味で、(16)式を電磁誘導の基本式と考えたい。電荷 q が速度 $\boldsymbol{v}$ で運動するとき、 $-q(\partial \boldsymbol{A} / \partial t)$ は電磁誘導に関係する力と考えるけれども、 $q \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ は一般にそう考えない。単一電荷に関して、ローレンツ力を電磁誘導起電力に関係づける必要はないように思う。

文 献

1. 勝木 渥：保留投稿論文（ふたたび、二つの直線電流の間に働く力について－物理教育の問題として－）
2. 平山 修：保留投稿論文（相互誘導起電力の起源）
3. 三門正吾：保留投稿論文（変動する電磁場の相互作用について）
4. 染谷太郎：保留投稿論文（電磁誘導に関する基礎事項）
5. 勝木 渥：物理教育，31(1983) 33
6. 染谷太郎：物理教育，32(1983) 58

平行二直線電流間に働く力について

千葉県立東葛飾高等学校

三門正吾

平行二直線電流間力をまず場の変換の立場から整理し、ローレンツ短縮を考慮に入れると、実験室系でも運動系でも一致することを示す。次に相対論教育の中での役割についても考えてみる。

1. はじめに

平行二直線電流間に働く力を場の変換に至る特殊相対論の1つの導入教材とすることがどうかについての議論は後述することにして、ここでは、この問題を場の変換性の立場から一度きちんと整理をしておきたい。その場合、ガリレイ変換とローレンツ変換の両方の立場から考えてみる。

2. 電磁場の変換

実験室系をS系として、S系に対して速度 v で運動する観測者の系を運動系S'とする。S'系から見た電界および磁界は、ガリレイ変換の立場からは、

$$\begin{aligned}E' &= E + v \times B \\ B' &= B - \frac{1}{c^2} v \times E\end{aligned}\tag{1}$$

となる。'はS'系から見たということを表すとする。また、 E と B は相対運動方向に垂直とする。

同様に、ローレンツ変換の立場からは、S'系の見る電磁場は

$$\begin{aligned}E' &= \gamma(E + v \times B) \\ B' &= \gamma(B - \frac{1}{c^2} v \times E)\end{aligned}\tag{2}$$

となる。ただし $\gamma = 1 / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ である。

3. 問題の設定

図1のように、電流Iが流れているとき、正電荷と負電荷の線密度をそれぞれ

ρ_+ 、 ρ_- とする。そして、 ρ_+ は静止し、 ρ_- は図1のように v で動いているとする。
 ρ_- は ρ_- を打ち消しているとする、

$$\rho \equiv \rho_+ = -\rho_- \quad (\text{中性条件}) \quad (3)$$

$$\mathbb{I} = \rho_- v = -\rho v \quad (4)$$

である。同様な条件を電流についても設定する。簡単のため σ_- もやはり v で動いているとした。したがって

$$\sigma \equiv \sigma_+ = -\sigma_- \quad (\text{中性条件}) \quad (5)$$

$$\mathbb{J} = \sigma_- v = -\sigma v \quad (6)$$

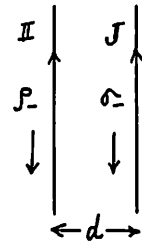


図1

4. ガリレイ変換で考える。

まずS系から見たとき、 $\mathbb{J}$ の位置にある場は B のみである(図2)。その大きさは

$$|B| = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{\mu_0 \rho v}{2\pi d} \quad (7)$$

である。 σ_+ に作用する単位長さあたりの力を f_+ 、 σ_- に作用するそれを f_- とする。 σ_+ は静止しているから $f_+ = 0$ なので、

$$f = f_+ + f_- = 0 + \sigma_- v \times B = -\sigma v \times B \quad (\text{左向き}) \quad (8)$$

であり、その大きさは(7)を用いて、

$$|f| = \sigma v \cdot \frac{\mu_0 \rho v}{2\pi d} = \frac{\mu_0 I J}{2\pi d} \quad (9)$$

となる。これはいわゆる普通の電磁気学の結果である。

次にS'系からどう見えるか考えてみよう。 $\mathbb{J}$ の位置にある場は $=0$ だから(1)より

$$E' = v \times B \quad (10)$$

$$B' = B$$

となる。線密度は変化しないから、図3を参照して、

$$f'_+ = \sigma_+ E' + \sigma_+ (-v) \times B'$$

$$= \sigma v \times B - \sigma v \times B$$

$$= 0$$

$$(11)$$

$$f'_- = \sigma_- E' = -\sigma v \times B$$

$$(12)$$

$$\therefore f' = f'_+ + f'_- = -\sigma v \times B$$

$$(13)$$

が から受ける力はS系でもS'系でも σ_- の部分が受けるのであり、(8)と(13)をみればわかるように、その大きさと向きは両系で一致する。

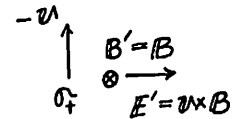


図3. S'系から $\mathbb{J}$ をみる

5. ローレンツ変換で考える。

まず、S系から見たときは、図2を参照すれば古典的な場合と同じで

$$f = f_+ + f_- = 0 + \sigma_- v \times B = -\sigma v \times B \quad (\text{左向き}) \quad (14)$$

$$|f| = \sigma v \cdot \frac{\mu_0 \rho v}{2\pi d} = \frac{\mu_0 I J}{2\pi d} \quad (15)$$

となる。

つぎにS'系から見たときは、 $E = 0$ だから(2)より

$$E' = \gamma v \times B$$

$$B' = \gamma B$$

$$(16)$$

となる(図4)。S'系においては、今まで静止していた σ_+ が $-\psi$ で動き、 ψ で動いていた σ_- が静止するので、ローレンツ短縮と逆短縮から

$$\begin{aligned}\sigma'_+ &= \gamma \sigma_+ = \gamma \sigma \\ \sigma'_- &= \frac{\sigma_-}{\gamma} = -\frac{\sigma}{\gamma}\end{aligned}\quad (17)$$

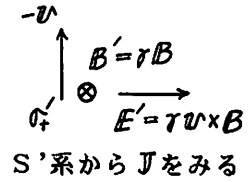


図4

となる。図4を参照して、

$$\begin{aligned}f'_+ &= \sigma'_+ E' + \sigma'_+ (-v) \times B' \\ &= \gamma \sigma \{ \gamma v \times B - v \times \gamma B \} \\ &= 0\end{aligned}\quad (18)$$

$$f'_+ = \sigma'_- E' = -\frac{\sigma}{\gamma} (\gamma v \times B) = -\sigma (v \times B) \quad (\text{左向き}) \quad (19)$$

$$f'_- = f'_+ + f'_- = f'_- = -\sigma v \times B \quad (20)$$

$$|f'_-| = \sigma v \cdot \frac{\mu_0 \rho v}{2\pi d} = \frac{\mu_0 I J}{2\pi d} = |f| \quad (21)$$

単位長さあたりの電流 J が I から受ける力はS系でもS'系でも σ_- の部分が受け、しかも両者の結果が一致するのは相対論でも同じである。力もやはりローレンツ変換に伴って変換するのであるが、ここでは単位長さあたりに働く力を考え、しかも、その長さのローレンツ短縮を考慮に入れるので、S系とS'系の結果が一致するのである。

6. 平行二直線電流間力のローレンツ短縮とクーロン力による説明

同一方向に流れている平行二直線電流間の引力は、電流 I がローレンツ短縮を受けて電気的中性が破れたためであるとして説明することができる。(17)と同様に

$$\begin{aligned}\rho'_+ &= \gamma \rho_+ = \gamma \rho \\ \rho'_- &= \frac{\rho_-}{\gamma} = -\frac{\rho}{\gamma}\end{aligned}\quad (22)$$

が成り立つから、

$$\rho'_+ + \rho'_- = \gamma \rho - \frac{\rho}{\gamma} = \gamma \rho \frac{v^2}{c^2} \quad (23)$$

のように、電流 I は正に帯電したとみることができる。それは J の位置に

$$|E'| = \frac{\rho'_+ + \rho'_-}{2\pi\epsilon_0 d} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 d} \cdot \gamma \rho \frac{v^2}{c^2} \quad (24)$$

の電界を作る。これによって σ_-' は

$$|\sigma'_- E'| = \frac{\sigma}{\gamma} \cdot \frac{\gamma \rho v^2}{2\pi\epsilon_0 c^2 d} = \frac{\mu_0 I J}{2\pi d} \quad (25)$$

の引力を受けることになる。

しかし、それでは σ_-' はどんな力を受けるのかということが疑問として生じてこよう。(25)によれば、それは0でなければならないと予想されるが、そのことはやはり確かめてみなければならないだろう。しかし(18)からわかるようにローレンツ短縮だけでは説明が困難なように思われる。

7. 2本の平行電子ビーム間の相互作用

図5のように2本の同一線密度の電子ビームが同一方向に同一の速さ v で互に平行に存在するとき、これらにはどんな力が働くかという質問を一生徒から受けた。

生徒の疑問は

「平行な2本の電子ビームは互に静電斥力を受けるが、同時にこれは2本の平行電流とみなせるから電磁引力も受けるはずである。しかし、電子と共に動く座標系からみれば、電子は静止しているので静電斥力のみが働く。引力はどうなってしまったのか。」

というものである。現実はどうなのかということは別にして、この問題は初等的な説明がつく例のように思われる。

S'系からみて、電子の線密度を ρ' とすると、静電斥力

$$f' = f'E' = \frac{\rho'^2}{2\pi\epsilon_0 d} \quad (26)$$

が働くのみである。一方、S系からみれば、電子は v で運動するのでローレンツ短縮がおこり、線密度は

$$\rho = \gamma\rho' \quad (27)$$

となる。したがって、静電斥力は

$$\rho E = \frac{\rho^2}{2\pi\epsilon_0 d} = \frac{\rho'^2}{2\pi\epsilon_0 d} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (28)$$

となる。一方、電磁引力は電流を ρv とみなせるから

$$\rho v B = \frac{\mu_0 (\rho v)^2}{2\pi d} = \frac{\rho'^2}{2\pi\epsilon_0 d} \cdot \frac{v^2}{c^2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (29)$$

$$\therefore f = \rho E - \rho v B = f'E' = f' \quad (30)$$

となる。生徒にはS'系からS系へ移るとローレンツ短縮が起こり、線密度が大きくなるので、その増加分の静電斥力が電磁引力を打ち消すのだと答えた。

8. おわりに

平行二直線電流間力を電磁場の相対論への導入に用いることは有意義な教育の方向と思うが、前述したように、正電荷についての考察もしないと片手落になる。そこで、少し人工的かもしれないが、平行電子ビーム間力を題材にすることも考えられよう。もう少し考える余地がありそうである。

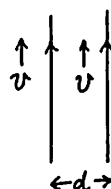


図5

文 献

- 1) 三谷健次：「演習電磁気学」（共立全書）p332
- 2) 同上 p337

相互誘導起電力の起源についての補足

都立国分寺高等学校

平山 修

相互誘導起電力を求めるのに、遅延効果を考慮しながら、運動する点電荷のつくる電場を重ねあわせるという方法をとると、相互誘導電場が誘導場か放射場かということが明確になり、なぜ電荷の加速度によって表現できるのかということもはっきりする。通信討論では、この場がスカラーポテンシャルを起源としていることなどについていくつかの疑問が出されたが、本稿ではこのアプローチのしかたが正当なものであることをまず明らかにしたい。さらにベクトルポテンシャルから求める通常の方法についても、遅延効果の観点から吟味をおこない、2つの方法の特徴を比較検討する。

§ 1. 誘導場と放射場

染谷氏も文献1)のなかで強調したし、私自身も強調したいのは、誘導場と放射場の区別である。運動する点電荷のつくる全電場 $\mathbf{E}$ の詳細な内容とその分類を表1に示す。

相互誘導起電力 $\mathcal{E}_m$ を電荷の加速度を用いて表現してゆく際に本質的な役割を果すのは、本誌において強調したように $\beta 1$ 次の誘導場である。ところが、遅延効果を考慮しながらこの場を書きかえてゆくと、最終的には表1の $\beta 0$ 次の放射場と同じような形になるので非常に誤解がうまれやすい。事実、染谷氏は文献2)以後の議論では放射場と誘導場の区別をあいまいにしたままである。本誌上で私が示した方法は、その手順が非常に複雑であるという欠点を持っているにもかかわらず、どちらの場が本質的な役割を果しているのかをはっきりさせ、 $\mathcal{E}_m$ がなぜ電荷の加速度を用いて表現できるのかということを明らかにする上で大きな利点をもっている。しかし、この $\beta 1$ 次の誘導場がスカラーポテンシャルを起源としていることについての批判が染谷氏から提出されているので、まずその点を検討してみたい。

$$\S 2. \quad \nabla \times \mathbf{E}_v(P) = - \frac{\partial \mathbf{B}_v(P)}{\partial t} \quad \text{等の証明}$$

染谷氏は、スカラーポテンシャルから導かれた電場の線積分は必ず0になるはずであるから、その場が

表1. 運動する点電荷のつくる電場の分類

	スカラーポテンシャル ϕ から 導かれる部分 E_s	ベクトルポテンシャル A から 導かれる部分 E_i	
速度 v のみに 依存す る部分 E_v	$E_{vs} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 S^3} \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \left(1 - \frac{S}{c}\right) \right]$ $\approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left(1 + \frac{3(r \cdot \beta)}{r} \right) \left(1 - \frac{r\beta}{r} \right)$ $\downarrow$ クロニク場 ($\beta 0$次) $\downarrow$ 誘導場 ($\beta 1$次)	$E_{vi} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 S^3} \left[-\frac{(r \cdot v)}{c^2} v + \frac{r v^2}{c^3} \right]$ $\approx \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r^3} (r \cdot \beta) \beta$ 誘導場 ($\beta 2$次)	$E_v = E_{vs} + E_{vi}$ $= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 S^3} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \left(1 - \frac{r \cdot v}{c} \right)$ クローニク場と誘導場
加速度 a にも 関係す る部分 E_a	$E_{as} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 S^3} \frac{(r \cdot a)}{c^2} r$ $\approx \frac{q(r \cdot a)}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^3} \left[1 + \frac{3(r \cdot \beta)}{r} \right]$ ($\beta 1$次までの放射場) $\approx \frac{q(r \cdot a)}{4\pi\epsilon_0 c^2 r^3} \quad (\beta 0 \text{ 次の放射場})$	$E_{ai} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 S^3} \left[-\frac{(r \cdot a)r}{c^3} - \frac{r \cdot S}{c^3} a \right]$ $\approx \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \left[\frac{a}{r} + \frac{2(r \cdot \beta)a}{r^2} + \frac{(r \cdot a)\beta}{r^2} \right]$ ($\beta 1$次までの放射場) $\approx \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{a}{r} \quad (\beta 0 \text{ 次の放射場})$	$E_a = E_{as} + E_{ai}$ $= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 S^3 c^2} r \times \left\{ \left(1 - \frac{r \cdot v}{c} \right) \times a \right\}$ 放射場
	$E_s = E_{vs} + E_{as}$ $= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 S^3} \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \left(1 - \frac{S}{c} \right) v + \frac{(r \cdot a)}{c^2} r \right]$	$E_i = E_{vi} + E_{ai}$ $= \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 S^3} \left[-\frac{(r \cdot v)}{c^2} v + \frac{r v^2}{c^3} - \frac{(r \cdot a)r}{c^3} - \frac{r \cdot S}{c^3} a \right]$	全電場 $E = E_v + E_a$ $= E_s + E_i$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} \quad \dots (1)$$

などを満足するはずがあり得ないと主張している。以下この点について検討してみよう。

まず第1に、染谷氏には、スカラーポテンシャルから導かれる場＝静電場という誤解があるように思える。事実は表1に示したように、運動する点電荷の場合、スカラーポテンシャル ϕ から導かれる電場は、 $\mathbf{E}_{VS}$ のなかでは、クーロン場（静電場、 $\beta 0$ 次）と誘導場（ $\beta 1$ 次以上）、 $\mathbf{E}_{AS}$ のなかでは、放射場（ $\beta 0$ 次以上）となっていて、静電場は $\mathbf{E}_{VS} + \mathbf{E}_{AS}$ 全体においても、 $\mathbf{E}_{VS}$ のみのなかにおいてもその一部分にすぎない。しかも重要なことは、相互誘導の場合、運動する負電荷のつくる静電場と、静止する正電荷のつくる静電場は打ち消しあってしまうので、相互誘導電場としての役割を果たすのは、この静電場ではなく、キャンセルされないで残った $\beta 1$ 次の誘導場だということである（だからこそ、この場を誘導場とよぶのである）。染谷氏にはこの点を正確に認識していただきたいと思う。

第2に、スカラーポテンシャルから導かれた電場の線積分は0になるから、この場が(1)などを満足するはずがないという主張を検討してみよう。

確かに、単独の点電荷のつくるスカラーポテンシャルから導かれた電場ならば、任意の閉回路に沿ったその線積分は必ず0になる。しかし、本誌において私が問題にした $\mathbf{E}_V(P)$ は単独の点電荷のつくるそれではない。回路1の各線素中の電荷のつくる場の総和であり、しかも線素ごとに異なる時刻の場の総和を考えているのである

（遅延効果のためにそのようなことがおこる）から、回路2に沿った $\mathbf{E}_V(P)$ の線積分は0にならないのである。このことをはっきりと示すために、 $\mathbf{E}_V(P)$ が(1)などを満足することを以下に示したい。

$\mathbf{E}_V(P)$ に対応して、全磁束密度のうち速度のみに依存する部分を $\mathbf{B}_V(P)$ と書く。まず

$$\nabla \times \mathbf{E}_V(P) = -\frac{\partial \mathbf{B}_V(P)}{\partial t} \quad \dots (2)$$

を以下に示そう。

まず $\mathbf{E}_V(P)$ の回転を求めておこう。

$$\mathbf{E}_V(P) = \oint \frac{-q N_0 a}{4\pi \epsilon_0 c^2} \frac{d\mathbf{l}_1}{r} \quad \dots (3)$$

であるので

$$\nabla \times \mathbf{E}_V(P) = -\oint \frac{q N_0}{4\pi \epsilon_0 c^2} \nabla \left(\frac{a}{r} \right) \times d\mathbf{l}_1 \quad \dots (4)$$

ここで加速度の大きさ a は情報が湧き口を出る時刻 t' のものであり、観測時刻 t を一定にして観測点 P の座標で偏微分する際には、 t' の変化を通して a の変化を考えねばならず、

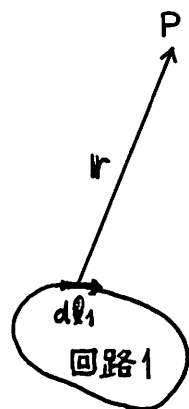


図1

$$t' = t - \frac{r}{c}$$

$$rot = rot^* - \frac{r}{cs} \frac{\partial}{\partial t'}$$

(ただし、 rot^* は t' 一定とした偏微分である) などから

$$\nabla \times E_v(P) = \oint \frac{q N_0 a}{4\pi \epsilon_0 c^2} \frac{r \times d\ell_1}{r^3} + \oint \frac{q N_0}{4\pi \epsilon_0 c^3 s r} \frac{\partial a}{\partial t'} r \times d\ell_1, \dots (5)$$

となる。この第1項と第2項の比をとると

$$\frac{\text{第2項}}{\text{第1項}} \sim \frac{r}{c} \frac{\frac{da}{dt'}}{a}$$

であり、本誌で示したとおり、相互誘導の場合はこの比は1よりもずっと小さくなるので

$$\nabla \times E_v(P) \simeq \oint \frac{q N_0 a}{4\pi \epsilon_0 c^2} \frac{r \times d\ell_1}{r^3} \dots\dots\dots (6)$$

である。次に $B_v(P)$ について考えよう。運動する点電荷のつくる全磁束密度 B は

$$B = \frac{q}{4\pi \epsilon_0} \left[\frac{1}{c^2 s^3} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) (v \times r) + \frac{1}{c^3 s^3} \frac{r}{r} \times \left\{ r \times \left\{ \left(r - \frac{r}{c} v\right) \times a \right\} \right\} \right] \dots\dots\dots (7)$$

このうち速度のみに関係する部分を B_v と書くと

$$B_v = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 c^2} \frac{1}{s^3} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) (v \times r) \dots\dots\dots (8)$$

β の1次までの近似を与えると

$$B_v \simeq \frac{q}{4\pi \epsilon_0 c^2 r^3} (v \times r) \cdot \left(1 + \frac{3r \cdot \beta}{r}\right) \dots\dots\dots (9)$$

回路1の線素 $d\ell_1$ にあって速度 $v \simeq v \frac{d\ell_1}{dl_1}$, 加速度 $a \simeq a \frac{d\ell_1}{dl_1}$ で運動している負電荷 $-q$ が観測点 P につくる B_v の総和を $B_v(P)$ と書くと

$$\begin{aligned} B_v(P) &= \oint \frac{-q N_0 d\ell_1 \left(1 - \frac{r \cdot \beta}{r}\right)}{4\pi \epsilon_0 c^2 r^3} \cdot \left(1 + \frac{3r \cdot \beta}{r}\right) \cdot (v \times r) \\ &\simeq \oint \frac{-q N_0 d\ell_1}{4\pi \epsilon_0 c^2 r^3} \left(1 + \frac{2r \cdot \beta}{r}\right) \cdot (v \times r) \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ただし、 N_0 は回路1の線電荷密度、 $N_0 d\ell_1 \left(1 - \frac{r \cdot \beta}{r}\right)$ は P 点で観測される磁場に寄与する $d\ell_1$ 中の負電荷の総数である。ここで、 v は情報が湧き口を出る時刻の速度であり、

$$v \simeq v_0 - \frac{r}{c} a \dots\dots\dots (11)$$

と展開できるので

$$B_v(P) \approx \frac{-gN_0}{4\pi\epsilon_0 c^2} \left[\oint \frac{v_0 \times r}{r^3} dl_1 - \oint \frac{a \times r}{cr^2} dl_1 + \oint \frac{\partial(r \cdot v_0)}{cr^4} v_0 \times r dl_1 \right. \\ \left. - \oint \frac{\partial(r \cdot a)}{c^2 r^3} v_0 \times r dl_1 - \oint \frac{\partial(r \cdot v_0)}{c^2 r^3} a \times r dl_1 \right] \dots (12)$$

(12) の第2項から第5項までの積分はいずれも0になることを次のようにして示すことができる。閉回路1は図2のような微小回路の集まりと考えることができる。このABCD上で(12)の[]内第2項の積分を考えると、 $a \approx a \frac{dl_1}{dl_1}$ であることに注意して

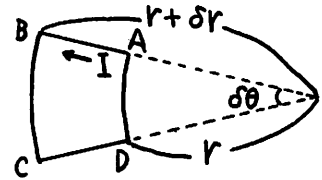


図2

AB上, CD上では $a \times r = 0$

$$BC上では \quad \frac{+a(r+\delta r) \cdot (r+\delta r) \delta \theta}{c(r+\delta r)^2} = \frac{a \delta \theta}{c}$$

$$DA上では \quad \frac{-ar \cdot r \delta \theta}{cr^2} = \frac{-a \delta \theta}{c}$$

となるのでその周回積分は0となる。

また(12)の[]内第3項の積分をABCD上でおこなうと

BC上, DA上では $v_0 \cdot r = 0$

AB上, CD上では $v_0 \times r = 0$

であるのでこの積分は0となる。第4項、第5項の積分も同様である。こうして

(12) の第2項以下は0となり

$$B_v(P) = \frac{-gN_0}{4\pi\epsilon_0 c^2} \oint \frac{v_0 \times r}{r^3} dl_1 = \frac{-gN_0}{4\pi\epsilon_0 c^2} \oint \frac{v_0 r \times dl_1}{r^3} \dots (13)$$

$$\therefore \frac{\partial B_v(P)}{\partial t} = \frac{-gN_0}{4\pi\epsilon_0 c^2} \oint \frac{\frac{\partial v_0}{\partial t} r \times dl_1}{r^3} \dots (14)$$

ここで v_0 は観測時刻 t での電荷の速さであり、本誌でも述べたように加速度一定のように考えてもよいから

$$v_0 \approx v_0 \frac{dl_1}{dl_1}, \quad \frac{dv_0}{dt} = \frac{dv_0}{dt} \frac{dl_1}{dl_1} = a \frac{dl_1}{dl_1}$$

であり、

$$\frac{\partial B_v(P)}{\partial t} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \oint \frac{-gN_0 a}{r^3} r \times dl_1 \dots (15)$$

を得る。こうして(6), (14)より

$$\nabla \times E_v(P) = - \frac{\partial B_v(P)}{\partial t} \dots (2)$$

を得ることができる。この(2)からただちに

$$e_m = \oint E_v(P) dl_2 = \int \nabla \times E_v(P) dS_2$$

$$= - \int \frac{\partial B_v(P)}{\partial t} dS_2 = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \text{---- (16)}$$

という磁束則を得る。ただし

$$\Phi = \int_{(2)} B_v(P) dS_2$$

で、(16)の第3項、第4項は回路2をへりとする面上での面積分を表している。

さらに回路1の全電荷がP点につくるベクトルポテンシャルの総和をA(P)とすると

$$E_v(P) = - \frac{\partial A(P)}{\partial t} \quad \text{.... (17)}$$

となることを以下のようにして証明することができる。

荷電粒子qのつくるベクトルポテンシャルAは

$$A = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v}{S} \quad \text{---- (18)}$$

であり、回路1の線素 $d\ell_1$ にあって観測点Pにおけるベクトルポテンシャルに寄与する負電荷の総数は $N_0 d\ell_1 (1 - \mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\beta} / r)$ であるから

$$A(P) = \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v}{S} N_0 d\ell_1 (1 - \frac{\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\beta}}{r}) \quad \text{---- (19)}$$

ただし $S = r - \mathbf{r} \cdot \mathbf{v} / c$ であり、A(P)についての β 1次までの近似を考えると

$$A(P) \simeq \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v}{r} N_0 d\ell_1 (1 - \frac{\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\beta}}{r}) \cdot (1 + \frac{\mathbf{r} \cdot \boldsymbol{\beta}}{r}) \simeq \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q v}{r} N_0 d\ell_1 \quad \text{---(20)}$$

となる。したがって

$$- \frac{\partial A(P)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial t} \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q N_0 v}{r} d\ell_1 = - \frac{\partial}{\partial t} \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q N_0 v}{r} d\ell_1$$

ここで v は情報が湧き口を出る時刻 t' における電荷の速度である。これまでに何度も述べてきた $v = v \frac{d\ell_1}{dt}$ 、 $a = a \frac{d\ell_1}{dt}$ および $a \gg \frac{r}{c} \frac{da}{dt}$ を用いると観測時刻 t に関する微分は、 t' に関する微分に書き直すことができて

$$\begin{aligned} - \frac{\partial A(P)}{\partial t} &\simeq - \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q}{r} \frac{dv(t')}{dt'} d\ell_1 \\ &= - \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q}{r} a(t') d\ell_1 \simeq - \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q}{r} a(t) d\ell_1 \end{aligned}$$

$a(t) \simeq a(t')$ をたんに a と書くと

$$- \frac{\partial A(P)}{\partial t} = - \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q}{r} a d\ell_1 \quad \text{---- (21)}$$

(3), (21)から

$$E_v(P) = - \frac{\partial A(P)}{\partial t} \quad \text{---- (17)}$$

が得られる。

こうして (16), (17) などから、 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{v} (P)$ は、染谷氏が要求した (1) の条件を満たしている電場であることが証明できた。

$\mathbf{E} \cdot \mathbf{v} (P)$ はスカラーポテンシャルを起原とする電場であるにもかかわらず、その線積分が 0 にならなかつたり、磁束則を満足したり、さらにはベクトルポテンシャルを用いて表すことができたりするというのは一見すると非常に奇妙なことである。回路 1 の各電荷のつくる場を重ねあわせて $\mathbf{E} \cdot \mathbf{v} (P)$ を得るが、その際に遅延効果を考慮して、各線素ごとに異なる時刻の電場を重ねあわせているためにこのようなことがおこるのである。

電磁気学は非常に奥行きが深い構造をしていて、染谷氏が主張したような、ベクトルポテンシャルから導かれた電場のみが電磁誘導の場であってはならないという考えかたはあらためる必要があるのではないだろうか。

§ 3. 2つの方法の特徴

相互誘導起電力 $\mathcal{E}_m$ を電荷の加速度を用いて表すのに 2 つのやりかたがあるということが以上の議論から明らかにされたと思う。

1 つはベクトルポテンシャルを用いる方法で概略は以下ようになる。

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_m &= -\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -\frac{d}{dt} \int \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} \\ &= -\oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}_2 = -\frac{d}{dt} \oint \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1}{r} d\mathbf{l}_1 \cdot d\mathbf{l}_2\end{aligned}$$

電流をこれまでと同じような電荷のモデルでおきかえると

$$\mathcal{E}_m = -\oint \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q_1 q_2 a}{r} d\mathbf{l}_1 d\mathbf{l}_2 \quad \dots \dots \quad (22)$$

となる。この方法の特徴は以下のようにまとめることができる。

- 1° 簡便さという点で大きな利点がある。
- 2° しかし (22) 式の積分のなかに現われた場が誘導場なのか放射場なのかまったく見当がつかない、という短所がある。
- 3° この方法では遅延効果は表面に現れてこない。その理由は § 2 の最後の部分でみたように、各線素における電荷の加速度に関係した線積分を実施するので、 $a \approx a \frac{dl_1}{dt}$, $a \gg \frac{r}{c} \frac{da}{dt}$ が成り立つ条件のもとでは遅延効果は計算結果に寄与しない、ということである。

もう 1 つの方法はこれまで詳細に述べてきた、電場を直接重ねあわせる方法である。その特徴は以下になると思う。

- 1° 非常に複雑な議論と計算が必要になるという短所がある。
- 2° しかし、問題の場が誘導場であって放射場ではないということがはっきりする。と同時になぜ加速度によって表現されるのかということもはっきりする。
- 3° 遅延効果の扱いが議論のポイントとなる。

§ 4. その他の問題

次に染谷氏との討論で議論になった他の問題を取りあげてみたい。

(ア) β の次数の認識について

本誌原稿のなかで述べたように、表 1 における

β 1 次の誘導場 $\longleftrightarrow$ β 0 次の放射場

β 2 次の誘導場 $\longleftrightarrow$ β 1 次の放射場

がそれぞれ同じオーダーとなる。私の議論のしかたは表 1 の β 1 次の誘導場および β 0 次の放射場までを出発点に据え、遅延効果を考慮しつつその和を求めるというものであった（本誌原稿中では β 1 次の放射場まで計算しているが β 1 次の放射場の積分は 0 となるので議論には影響がない）。

染谷氏は私のそのやりかたを批判して、ベクトルポテンシャルから導かれる電場のみに注目して

$$-\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 C^2} \left\{ -\frac{a}{r} - \frac{(r \cdot v)}{r^3} v \right\}$$

を議論の出発点とすべきとしている。染谷氏の主張するこの式の第 1 項は β 0 次の放射場、第 2 項は β 2 次の誘導場である。もし染谷氏の主張のように β 2 次の誘導場を考えるべきなら、同じオーダーの項として表 1 の β 1 次の放射場までを考慮に入れるべきだということになるだろう。すなわち

$$-\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 C^2} \left\{ \frac{a}{r} + \frac{2(r \cdot \beta)}{r^2} a + \frac{(r \cdot a)}{r^2} \beta + \frac{(r \cdot v)}{r^3} v \right\}$$

とすべきである。統一的な視点の欠如という染谷氏の議論の特徴がここにも現われている。

さらに、回路 1 を運動する荷電粒子の加速度として、私は、 $a \simeq a \frac{d\ell}{d\ell_1}$ で十分であると考えたが、染谷氏は

$$a = a \frac{d\ell_1}{d\ell_1} + v^2 \frac{d}{d\ell_1} \left(\frac{d\ell_1}{d\ell_1} \right) \quad \dots \quad (23)$$

とすべきとして、この式の第 2 項にこだわっている。この第 2 項は議論の主要な流れには無関係であることが次のように示せる。

$E_v(P)$ と $E_A(P)$ の主要な項を書き出してみると

$$\begin{aligned} E_v(P) &= \oint \frac{-q N_0 d\ell_1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{2(r \cdot v) r}{C r^4} - \frac{v}{C r^2} \right] \\ &= \oint \frac{q N_0 a}{4\pi\epsilon_0 C^2} \frac{d\ell_1}{r} \quad (\beta 1 \text{ 次までの誘導場}) \quad \dots (24) \end{aligned}$$

$$E_A(P) = \oint \frac{q N_0}{4\pi\epsilon_0 C^2} \frac{-a_{\perp}}{r} d\ell_1 \quad (\beta 0 \text{ 次までの放射場}) \quad \dots (25)$$

この $E_A(P)$ の $a_{\perp}$ に相当するところに、(23) の第 2 項を代入して、(24) の前半の式と較べてみると、それは β 2 次の誘導場と同じオーダーであることがわかり

議論からは省略してよいことが明らかになる。

(イ) $\psi(t-r/c)$ の展開について

本誌原稿中で私がおこなった $\psi(t') = \psi(t - \frac{r}{c})$ の展開のしかたについて染谷氏は、 t' でなく t で微分すべきだとしているが、この点について以下のことを明らかにしておこう。

本誌原稿中の (11) 式の積分に含まれる ψ は各線素から情報が出る時刻 t' の ψ である。観測時刻 t と t' は $t' = t - r/c$ の関係があるから、一定の t に対して、 t' または r/c が各線素を指定する変数となる。したがって $\psi = \psi(t')$ $= \psi(t - \frac{r}{c})$ を t のまわりに展開しようとする場合、 t' および r/c を変数、 t を定数のようにみてテイラー展開すればよい。染谷氏のように、 t で微分すべきというのはここでの物理的な議論の流れを理解しないことからくるものであろう。

(ウ) 周回積分 $\oint \frac{dl_1}{r}$ について

本誌原稿中の (16) 式

$$E_v(P) = \oint \frac{28N_0 dl_1}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} - \frac{a}{c^2 r} + \oint \frac{8N_0 dl_1}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \frac{a}{c^2 r} \quad \dots (a)$$

は $E_v(P)$ の計算過程の式である。この式の第1項が0になることは本誌原稿中に示したとおりであるが、染谷氏は $E_v(P)$ 全体が0になるのではないかという批判を寄せた。その批判の根拠となる染谷氏の計算自体に初歩的なミスがみられることを私は指摘しておいた。

ここでは、染谷氏と類似の誤解を防ぐために (a) 式の第2項の周回積分が0にならないことを示しておこう。

$$(\text{第2項}) = \oint_{(1)} \frac{8N_0 dl_1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{a}{r} = \frac{8N_0 a}{4\pi\epsilon_0 c^2} \oint_{(1)} \frac{dl_1}{r}$$

であり、回路1を図3の微小回路 Γ の集まりと考えると

$$(\text{第2項}) = \frac{8N_0 a}{4\pi\epsilon_0 c^2} \sum_{\Gamma \in \Gamma_1} \oint_{\Gamma} \frac{dl_1}{r}$$

である。そこで $\Gamma (A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D)$ に沿って積分 $\oint \frac{dl_1}{r}$ を実施すると

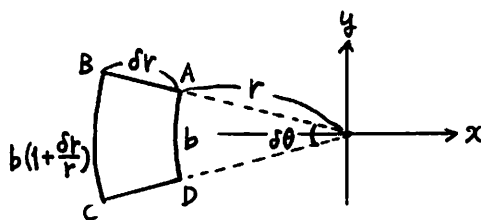


図3

$$\oint \frac{dl_1}{r} = \frac{dr \cdot \vec{e}_{AB}}{r + \frac{dr}{2}} + \frac{b(1 + \frac{dr}{r}) \cdot \vec{e}_y}{r + dr} + \frac{dr \cdot \vec{e}_{CD}}{r + \frac{dr}{2}} + \frac{b}{r} (-\vec{e}_y) \dots (26)$$

ただし $\vec{e}_{AB}$, $\vec{e}_{CD}$ はそれぞれ AB 方向、CD 方向の単位ベクトルであり、 $\vec{e}_y$ は y 方向の単位ベクトルである。(26) の第2項と第4項は明らかに打ち消しあうが、第1項と第3項の和は

$$\frac{\delta r}{r + \frac{\delta r}{2}}(\vec{e}_{AB} + \vec{e}_{CD}) = \frac{\delta r}{r + \frac{\delta r}{2}}\delta\theta \cdot \vec{e}_y \simeq \frac{\delta r \cdot \delta\theta}{r} \vec{e}_y = \frac{b \cdot \delta r}{r^2} \vec{e}_y$$

となって0にはならないということがわかる。こうして、(26)式すなわち(a)式第2項は0でないことが示せた。

§5. おわりに

最後にこの問題の物理教育としての意義を考えてみよう。

生徒のなかには相互誘導や電磁波の学習が一通りすんだあとで次のような疑問を持つ者が出てくるかもしれない。「一次コイルの電流が変化する場合、電子は加速度運動をすると考えると、電磁波を放出するはずだ。相互誘導として二次コイルに検出されているのはこの電磁波のことではないか」——この疑問に対して全面的に答えることは非常に難しい。しかし次の点については明快に述べてもよいと思う。

ア. 相互誘導（トランスなど）で問題となる電場は電磁波（放射場）ではない

イ. 電磁波の放出が問題とされるのは、交流回路の場合ではその振動数が非常に大きい場合に限られる

ウ. ヘルツの実験での電気火花では振動数の非常に大きな変動する電界ができてい

る
これらの説明のしかたについては、今後さらに検討をしなくてはならないと思われるが、まずは教師自身がこれらの問題についての正しい認識をもつことが先決となる問題であろう。現場において何をどう教えたらよいかということの直接的な研究とともに、教える側のバックグラウンドとしての知識を拡大しようとする努力およびその成果の交流が非常に重要であると思う。今回の「相互誘導起電力の起原」およびこの補助資料がそういう意味で役に立てば幸いであると思う。

参 考 文 献

- 1) 染谷太郎：物理教育，31（1983），42.
- 2) 染谷太郎：物理教育，32（1984），15.

変動する電磁場の相互作用

千葉県立東葛飾高等学校

三門正吾

電磁場の運動量のバランスの方程式は2つの独立な方程式から合成されている。この運動量バランスの構造は、電場と磁場の相互の作用という力学的解釈を可能にしているように思われる。ここでは、物質や領域の境界から供給されてる電磁運動量の中身について、力の伝達という側面から、一歩つっこんだ解釈を与える。

私が物理教育、34vol1(1986)に発表した「電磁波の放射について」という論文で導入した2つの力：変動電場が磁場から受ける単位体積あたりのローレンツ力

$$f' = \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \times B \quad (1)$$

および、変動磁場が電場から受ける単位体積あたりの「レンツ」の力

$$f'' = \epsilon_0 E \times \frac{\partial B}{\partial t} \quad (2)$$

について、物質と場の相互作用の観点から考察してみたい。

場が物質におよぼす力、たとえばローレンツ力やクーロン力の反作用は、当然のことながら物質から場におよぼす力となる。場が物質におよぼす単位体積あたりのローレンツ力は

$$j \times B$$

と書かれる。ここで j は電流密度である。このローレンツ力の反作用は、

$$-j \times B$$

で与えられ、物質から場におよぼされる。 $-j \times B$ がどのように場に伝達されてゆくかを見るために、次のマックスウェルの方程式

$$j = \frac{1}{\mu_0} \text{curl } B - \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\text{div } B = 0$$

を用いて、 $-j \times B$ を場の物理量だけで書き表してみよう。x成分は、

$$-(j \times B)_x$$

$$= -(j_y B_z - j_z B_y)$$

$$\begin{aligned}
&= \left\{ -\frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) + \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \right\} B_x + \left\{ \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) - \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \right\} B_y \\
&= -\frac{1}{\mu_0} \left[\frac{\partial}{\partial x} (B_x^2 - \frac{B^2}{2}) + \frac{\partial}{\partial y} (B_x B_y) + \frac{\partial}{\partial z} (B_x B_z) \right] + \varepsilon_0 \left(\frac{\partial E_y}{\partial t} B_x - \frac{\partial E_x}{\partial t} B_y \right)
\end{aligned}$$

最右辺の第1項は、磁場の応力テンソル

$$T_m = \frac{1}{\mu_0} \begin{pmatrix} B_x^2 - \frac{B^2}{2} & B_x B_y & B_x B_z \\ B_x B_y & B_y^2 - \frac{B^2}{2} & B_y B_z \\ B_x B_z & B_y B_z & B_z^2 - \frac{B^2}{2} \end{pmatrix} \quad (3)$$

の発散の x 成分

$$-(\operatorname{div} T_m)_x$$

である。y 成分、z 成分も同様に計算すると、一般に

$$-j \times B = \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \times B - \operatorname{div} T_m \quad (4)$$

と書ける。(4)の右辺第1項が前述の f' である。(4)を領域Vで積分すると

$$-\iiint_V j \times B = \iiint_V \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \times B dV - \oint_S T_m \cdot dS \quad (5)$$

となる。(5)の右辺第2項におけるSは領域Vの表面であり、 $T_m \cdot dS$ は面 dS の表側の磁場が裏側の磁場におよぼす磁気応力である。マイナス符号はその反作用を表わすので、右辺第2項は領域の内側から外側へ伝達される全磁気応力である。

(4)あるいは(5)の物理的な解釈は後述することにして、単位体積あたりのクーロン力の反作用

$$-\rho E$$

についても、同様にマクスウェルの方程式を用いて場の量だけで書き表してみる。

ここで、 ρ は電荷密度である。

$$\rho = \operatorname{div} \varepsilon_0 E$$

$$\operatorname{curl} E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

を用いて同様の計算をすると、

$$-\rho E = \varepsilon_0 E \times \frac{\partial B}{\partial t} - \operatorname{div} T_e \quad (6)$$

となる。ここで、 T_e は電場の応力テンソルである。

$$T_e = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} E_x^2 - \frac{E^2}{2} & E_x E_y & E_x E_z \\ E_x E_y & E_y^2 - \frac{E^2}{2} & E_y E_z \\ E_x E_z & E_y E_z & E_z^2 - \frac{E^2}{2} \end{pmatrix} \quad (7)$$

また(6)の右辺第1項は前述した f'' である。(6)を領域Vで積分すると

$$-\iiint_V \rho E dV = \iiint_V \varepsilon_0 E \times \frac{\partial B}{\partial t} dV - \oint_S T_e \cdot dS \quad (8)$$

となる。(5)と(8)の辺々を加え、少し変形すると

$$\frac{d}{dt} \iiint_V \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B} \, dV = - \iiint_V (\mathbf{f} \mathbf{E} + \mathbf{j} \times \mathbf{B}) \, dV + \oint_S (\mathbf{T}_e + \mathbf{T}_m) \cdot d\mathbf{S} \quad (9)$$

とかける。(9)の右辺第1項は、物質が領域Vの電磁場におよぼす作用である(負号に注意)。右辺第2項は、領域Vの外側から境界面を通じておよぼされる電気的および磁氣的な全応力である。左辺は

$$\iiint_V \epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B} \, dV \quad (10)$$

の時間的変化率であるから、(10)は領域Vの電磁場の運動量と解釈されている。領域Vに作用をおよぼしている(9)の右辺の積分が0でなければ、領域Vの電磁運動量は時間的に変化する。

さて(5)の解釈に戻りたい。(9)は(5)と(8)の合成である。あるいは(9)は(5)と(8)とに分離されるような構造をもっているわけである。電磁運動量の時間微分の一部

$$\iiint_V \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \times \mathbf{B} \, dV$$

は、力の伝達という側面からみると、「電束電流(変位電流)が磁場から受けるローレンツ力¹⁾」と解釈できる形式をもっている。こういう解釈は運動方程式のダランベールの解釈、あるいは慣性力的解釈と似ている。その点では適用にあたって注意が必要であろうが、このことを仮定として導入すると、(5)式は次のように解釈することができる。

「物質からある領域の場へ伝達されるローレンツ力の反作用は、一部は領域内の電束電流(変動電場)におよぼされ、残りは境界面を通じ、磁気応力として領域の外部の磁場へ伝達される」

同様にして、電磁運動量の時間微分の別の一部

$$\iiint_V \epsilon_0 \mathbf{E} \times \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \, dV$$

は「変動磁場が電場から受ける(レンツの)力」と仮定することができる。そこで(8)式の解釈は次のようになる。

「物質からある領域の場へ伝達されるクーロン力の反作用は、一部は領域内の変動磁場におよぼされ、残りは境界面を通じ、電気応力として領域の外部の電場へ伝達される」

(1)と(2)における $\mathbf{f}'$ と $\mathbf{f}''$ の仮定は、物質や領域の境界から供給される電磁運動量の中身についてつっこんだ解釈を与えたものである。拡大解釈と考えられるかもしれないが、電磁波の放射等で有効性を発揮する。

1) 霜田光一：物理教育25(1977) 113

電磁気教育一般

レーザーとエレクトロニクスによる物理教育	33-1	霜田光一
電池とモーターを用いた高校物理実験	29-3	片桐 泉
電池とモーターから始める高校物理	29-1	石川孝夫
個人学習法による物理授業の試み	28-3	深谷晃次
電磁気の基本を発見的に学習する試案	25-3	稲葉 正
基礎教育における電磁気学に関する二、三の問題	13-1	荒川泰二
電磁気学と大学・高校の物理教育について	10-1	熊谷寛夫

単位

MKSA	MKSA有理系について	13-2	藤崎達雄
	MKSA研究会報告	13-2	藤崎達雄
	m.k.s.A 有理単位系について	11-2	岩田一雄
MKSP	MKSP電磁気単位系の高校教育への導入—藤崎氏への対外—	30-4	飯田修一
	MKSP単位系と高校教育	30-2	藤崎達雄
	電磁気学の単位系MKSP系による新しい電磁気学教育の 実行方法に就いて	29-2	飯田修一
	電磁気学の新しい単位系と新しい考え方について	25-2	飯田修一
MKSV	MKSV単位系	30-4†	山本宗一
CAS	CAS単位系の提唱	15-1	藤崎達雄

電荷・静電界

帯電	誘電体の帯電列	27-4‡	平井可寸
	帯電体の電気量の測定—相接する2球について—	25-2	柿元 醇
静電界	パソコンの自動計測による平面上の電磁界分布測定	33-4	榎本成己
	高校物理における「静電界の作図学習」その実践 ——生徒の理解過程と指導——	29-2	木下昭一*
	電場の流体モデルについて	29-2‡	奥野 浩
	個人学習法による物理授業の試み	28-3	深谷晃次
	初等電磁気学習における場の扱いについて	11-1	唐木 宏
	二つの教師実験 水波の干渉と電界を見せる実験について	5-2	篠原省治
電気力	生徒用クーロン力実験器	31-4	矢野淳滋
	歴史的見地によるクーロン法則指導の意義と実際	30-3	西条敏美
	等電位実験によるクーロンの法則の考察	28-4	佐々木教夫
	クーロン法則探究過程における直接的方法と間接的方法	27-2	西条敏美
	基礎教育における電磁気学に関する二、三の問題	13-1	荒川泰二
	一様な電界中におかれた帯電球に働く力の測定	11-3	堀田昌邦
	高圧電源を用いた二、三の実験	11-3	矢野淳滋
電位	「等電位線の実験」の一方法	31-1	荒川泰二*
	等電位実験によるクーロンの法則の考察	28-4	佐々木教夫
	同心円電極を用いた等電位線実験(Ⅱ)	27-3	津留俊介*
	種々の境界条件下における等電位線の実験	26-3	竹山義雄*
	同心円電極を用いた等電位線実験	26-3	津留俊介*
	等電位線実験の一例—円筒まわりの理想流体の流れ—	24-4	新井洋二
	導電性銅塗料とデジタルパラメーターを用いた等電位線実験	24-3	新井洋二
	交流法による等電位線の測定	24-1	青木秀夫
	水位と電位	3-37	花崎文一

電気力線	電気力線の作図	25-1	石黒浩三
	一電気的雙極子のまわりの電気力線の時間的变化の追跡	17-2 ^g	柏木間吉
	力線による場の指導法の問題点	17-2 ^g	藤崎達雄
	力線による場の指導について	16-1	中込八郎
	電気力線を示す実験	12-1	橘高知義
	イオン泳動による電気力線		
コンデンサー	電気二重層コンデンサーの特性と利用	31-4	安田 明
	電気二重層コンデンサーの製作実験	31-3 ⁺	安田 明
	一斉実験によるコンデンサーの学習—その実践と吟味—	29-3	木下昭一 *
	広い空隙をもつコンデンサーに流れる電流	26-3	吉岡明夫 *
	バツプ を用いたコンデンサーの実験—高校の物理のために—	23-1	柿元 醇
	記録ミリボルト計による平行平板コンデンサーの実験	21-2	霜田光一
	記録(電圧)計を使用したコンデンサーの実験	21-2	藤田喜一 *
	コンデンサーに蓄えられるエネルギーの測定	18-3	永川堯久
	コンデンサー実験上の留意点	16-2	林 禎
	コンデンサーの実験	14-3	黒田芳郎
	コンデンサーについての生徒実験	11-3	越後宰男
	コンデンサーの実験	10-2 ⁷	黒田芳郎
	電気天秤	13-2	鈴木 皇
	電気容量の測定	11-3	長谷川次郎
	静電気メーターにおける静電誘導の過渡現象	28-2	須藤喜久男
	水銀接点リレーを用いた過渡現象の実験	24-4	赤沢 孝 *
	μ , ϵ について	25-3 ^g	山田盛夫

電磁界

磁界	パソコンの自動計測による平面上の電磁界分布測定	33-4	榎本成己
	小磁針をプローブとした電流のまわりの磁界の生徒実験	31-2	木下昭一 *
	——その実践と吟味——		
	ゴム磁石の利用および磁界を示す実験	10-2	鎌谷正行
磁力線	磁力線を図に描く実験(Ⅲ)	28-3	田中憲治 *
	磁力線を図に描く実験(Ⅰ)	28-1	田中憲治 *
	磁力線の効果的な観察法	24-1	山田盛夫
磁気力	磁気振子による磁気力の逆二乗法則に関する簡単な生徒実験	33-1	西条敏美
	——クーロンの実験(1785)の復原的方法——		
	磁束は磁石の運動に随伴するか	32-2 ⁺	須藤喜久男
	変形回路における磁気エネルギーについて	29-4	染谷太郎
磁性	磁性	29-2	永宮健夫
	最近の磁性研究と強磁場	23-3	近角聰信
	磁気コロイドによる磁区の観察	14-2	伊藤信隆 *
	フェライト磁石と音声信号を利用した演示実験	32-2	福山 豊
	μ , ϵ について	25-3 ^g	山田盛夫

直流回路

電源	高圧電源を用いた二、三の実験	11-3	矢野淳滋
	Battery の自動充電方式の考案と研究	9-2	中谷雄治
	バッテリーの充電における電解液の温度自動制御装置の試作	9-2	中谷雄治
	簡単なセレン光電池の作り方と実験法	9-1	後藤道夫
	直流電源について	8-2	中込八郎
	可変定電圧電源	7-3	石川孝夫

電気抵抗	図形と式との関連について——電気抵抗の合成の場合 換算質量と電気抵抗	33-3 伊藤幸夫 30-4 ⁺ 鯖田秀樹
	電流回路学習過程における問題点	25-4 藤井 清*
	—形成的評価のためのCMIの活用例として—	
	内部抵抗測定実験の試料としての電池	23-3 安藤 潔
	工学部低学年における物理実験テーマの改善 I —総論・固体の電気抵抗—	23-1 長田信夫*
オームの法則	カリキュラムと評価問題 —高等学校物理の粒子モデルによるオームの法則の取り扱い オームの法則の実験指導とその考察	23-4 篠原文陽児 8-2 藤田喜一
	電解質溶液による電磁気現象	23-3 江口 保*
	「電気分解の法則」の説明方法について	4-1 ⁺ 多田芳郎
	簡単な電気の実験	2-2 石田美雄
	中学3年生の「力」と「電流」について	25-2 柏木聞吉
	高校前段階としての電流の指導についての考察	18-1 国分昌彦

電流と磁界

	初等電磁気学における「電流と磁界」の教授体系について	23-3 平田邦男
ビオサバル	Biot-Savart の法則の検証と電磁力のOHP実験	32-3 山田盛夫
	ビオサバルの式に対する電束電流の寄与の考察	23-2 石黒浩三
	電束電流の磁気作用とビオサバルの法則	22-4 石黒浩三
	Biot-Savart の法則の誘導法	22-2 山田盛夫
電流磁界	小磁針をプローブとした電流のまわりの磁界の生徒実験	31-2 木下昭一*
	——その実践と吟味——	
	円形電流のつくる磁界の空間分布曲線の作図	26-2 西条敏美
	c/m 測定器用ヘルムホルツのコイルにおける電流と磁束	24-1 平田邦男
	密度との関係の実験的決定法について	
	コイルを流れる電流について	13-2 中込八郎
	大型コイルの製作とその効用について	11-2 越後幸男
電磁石	高校用電磁石の改造	27-4 ⁺ 篠原省治
	熱電流による電磁石の実験	27-2 植村健一*
	周波数連続可変の電磁石の製作と活用法	21-1 中込八郎
ローレンツ力	ローレンツ力と静電エネルギー	33-1 ⁺ 染谷太郎
	ローレンツ力とホール効果	32-4 矢野淳滋
	ローレンツ力による電磁誘導現象の説明	32-3 ⁺ 五十嵐靖則
	——ローレンツ力は真に仕事をしないのか?——	
	ローレンツ力と電磁誘導	32-1 ⁺ 青野 修
	ローレンツ力による電磁誘導現象の説明の混乱や誤解について	31-3 ⁺ 五十嵐靖則
	ローレンツ力の反作用	25-4 霜田光一
	ローレンツ力の反作用はどこにあるか?	25-3 霜田光一
	固体中の電子に働くローレンツ力の生徒実験	22-3 岡崎 正*
	—生徒の理解プロセスとその指導—	
	ローレンツ力の導入法に関する一つの試み	21-3 石黒浩三
	フレミングの法則とローレンツ力の一指導法	19-2 ⁺ 伊藤義雄
	フレミングの法則について	18-2 ⁺ 堀田昌邦
	ローレンツ力の指導について	18-2 ⁺ 大川吉昭
電流天秤	てんびん法による電流磁界の実験	27-3 山田盛夫
	電流天秤の試作と実験	24-1 石川徳治*
	電流天秤の改良	17-2 那波信男

電磁力	電磁氣的な力に関して本誌に発表された最近のいくつかの論文を拝読して	33-1 ^g	石黒浩三
	平行二直線間力の考察	32-2	染谷太郎
	二つの直線電流が及ぼし合う力	31-3 ^k	青野 修
	二つの直線電流の間にはたらく力	31-1	勝木 渥
	ロジェーの跳躍子の設計	30-4	藤島一清
	平行電流間の力	21-4	山田盛夫

電磁誘導と電磁誘導法則

	電磁誘導の新しいパラドックス	33-3 ^k	霜田光一
電磁誘導法則	電磁誘導法則の科学的検討	32-2	須藤喜久男
	電磁誘導法則の解釈	31-1 ^k	染谷太郎
	電磁誘導の説明の混乱や誤解について	20-1	霜田光一
	発電機型電磁誘導実験装置——材料——消費の問題も含めて	33-4	高橋成和
	パソコンを利用した電磁誘導の演示実験	33-2	中川隆之
	フェライト磁石と音声信号を利用した演示実験	32-2	福山 豊
	「電磁誘導法則実験器」の検出コイルの形状について	31-3 ^k	三門正吾
	生徒実験用「電磁誘導法則実験器」の開発	30-4	五十嵐靖則
	——検出コイルの形状と起電力の直線性を廻って——		
	電磁誘導の法則の生徒用検証実験	30-2	三門正吾
	エアトラックによる電磁制動の観測	25-1	那波信男*
	記録計を用いた誘導起電力の測定	21-2	矢野淳滋
	電磁誘導を利用したエア・トラックの記録装置	21-2	田中文男
	簡単な電気の実験	2-2	石田美雄
相互誘導	相互誘導における位相差の測定	33-3	鬼塚史朗
	——電流計とストップウォッチによる方法——		
	自己誘導と相互誘導の実験	33-3	柿元 醇
	相互誘導と電荷の加速度運動との関係について	30-2	須藤喜久男
誘導電界	磁界中を動く導体内にできるのは電界	32-1 ^g	金城啓一
	線電流による電磁誘導現象	32-1	染谷太郎
	一様な磁場の湧き口の運動によって生じる電場について	31-4	平山 修
磁束計	SMDを使った磁束計の試作とその利用	21-2	海鋒修二
	磁束測定器	15-1	花崎文一
交流	粒子モデルによる交流電流指導法	25-2 ^g	石金益夫*
	交流によるJoule熱の考察	20-2	山田盛夫
	高校物理におけるインピーダンスの取扱いについて	14-2	林 禎
	脈流電源と物理実験	24-4	糠谷正行
	水銀接点リレーを用いた過渡現象の実験	24-4	赤沢 孝*
	交流法による等電位線の測定	24-1	青木秀夫
	交流がつくる電場の検出	22-1	石黒浩三
	交流の実効値に関する実験	9-1	平田邦男
	交流記録タイマーについて	16-1	須藤喜久男
	2.5 級の交流電圧計の周波数特性について	14-2	林 禎
三相交流	三相交流および回転磁界の説明実験具	8-3	糠谷正行
	三相変相器による三相交流の実験	7-2	加藤史郎
トランス	無電極スペクトル放電管とイグナイタートランス	33-4	花崎文一*
	差動トランスによる線膨張の測定	31-4	前田健悟*
	差動トランスを利用したヤング率の測定	29-1	山下太利*

電気振動・電磁波

電気振動	探究の課程をとり入れた電気振動の指導	20-2	藤田喜一*
	L・C・並列回路共振演示実験	32-1	五十嵐靖則
	簡単な電気振動測定	27-4	篠原省治
	L-C Circuit における Electromagnetic Wave Resonance の実験	7-3	黒田芳郎
	Thyratron Pulse Generatorによる Electric Oscillation の 実験装置について	6-2	黒田芳郎
発振器	超音波素子用発信器・受信増幅器について	33-1	金城啓一
	音の実験のための発振器の試作	32-2	柿本 醇
	スタートのコントロールできる方形波の発振器	29-1	中込八郎
	接点開閉式電波発振器	28-2	矢野淳滋
	静電誘導型火花発振器	22-2	矢野淳滋
電磁波	一部の高等学校教科書「物理Ⅱ」にある電磁波の伝搬の説明は 正しいか	29-2	山口重雄
	平行導線を電磁波が伝わる機構の新しい説明	26-4	霜田光一
	振動双極子からどうして電波が放射されるか	26-2	霜田光一
	電波実験器	33-3	矢野淳滋
	電波の性質を見せる教師実験について	6-2	篠原省治
	極超短波の高校物理実験への応用—その簡易実験装置の試作 研究	9-1	安藤 章
	広い空隙をもつコンデンサーに流れる電流	26-3	吉岡明夫*
	電磁気学における漏洩Gおよび抵抗R（電信方程式中）の力学 との対応について	11-1	井戸川功雄

半導体

ダイオード	ダイオード温度計を用いた液体の比熱の測定	26-2	西岡正泰*
	パーソナルコンピュータによるPN接合の動的表示教材	32-3	大杉 功*
	工学部低学年における物理実験テーマの改善 Ⅱ	24-1	大橋芳子*
	—半導体ダイオード—		
	ダイオードの電圧対電流特性直視実験	11-2	長谷川 忍
トランジスタ	トランジスタ増幅回路の周波数特性とパルスに対する応答	26-1	楠原正子*
	トランジスタの実験	24-1	青木正義*
	フォトトランジスタを利用した弦の自励振動装置	22-4	草鹿堅一
	トランジスタの基礎実験	11-1	長谷川 忍
	トランジスタの理論と応用	8-1	菊池 誠
	LEDを用いた光速度測定	30-4	津留俊介*
	LED表示器とICを用いたユニバーサルカウンター	25-2	山口雅之*
	ICの物理実験への活用法	22-3	中込八郎
	ICを利用したスパーク・タイマーの自作	22-2	那波信男
	SMDを使った磁束計の試作とその利用	21-2	海鋒修二
	電子蚊取り器に使われている感温半導体の特性	29-4	安田節子*
	パーソナルコンピュータによるエネルギーバンドの動的表示教材	31-4	大杉 功*
	パソコンによるフェルミ・ディラック積分の計算とその応用	31-1	大杉 功*
	半導体のモデルと実験	13-3	後藤道夫

電子

電気素量	電気素量の測定実験につい	20-4	中込八郎*
	油滴実験とその教育的方法についての研究	17-1	小田切理文
	PSSCのミリカンの実験装置を使用してみて	15-4	宮下敬司
	ミリカンの実験	14-4	後藤道夫

電子の移動	導線を伝わる「信号の速さ」の測定	25-1	青木秀夫
	電子運動モデル実験器の開発について	24-4	嶋田 治 *
	一円板状小形フェライト磁石とITテールを用いる二、三の実験		
	金属のホール効果による電子の流動速度測定	21-4	矢野淳滋
	電気伝導について	20-3	今井 勇
	電流の自由電子モデルについて	17-24	山田盛夫
	導体内の電流を電子の移動と考えると電界質内の電流は導体 内の倍になるか?	10-27	花崎文一
	断熱不変量についてのマイク・コンピュータによるシミュレーション ー束縛電子と重い荷電粒子の衝突ー	33-4	下條隆嗣 *
	平行電子線間の力	22-1	福井常勝
比電荷	e/m 測定器用ヘルムホルツのコイルにおける電流と磁束密度 との関係の実験的決定法について	24-1	平田邦男
	対向磁界を用いた e/m 測定	23-4	小松恵一
	電子の速度、比電荷の測定と相対論的な影響について . . .	21-4	森田一郎 *
	飛行時間法による電子の比電荷の測定	20-3	霜田光一
	電子の比電荷測定	20-2	森田一郎 *
	ブラウン管利用による電子の比電荷測定	12-1	堀田昌邦 *
	高圧電源を用いた二、三の実験	11-3	矢野淳滋
	電子の比電荷の測定一同調指示管内の電界分布	10-3	金代五郎
電子管	無電極スペクトル放電管とイグナイタートランス	33-4	花崎文一 *
	ルックス管の中で羽根車が回るわけ	24-2	矢野淳滋
	2極管にかける電圧について	10-17	中込八郎
	Electron Tube を用いた Digital Circuit について . . .	7-2	徳広龍男 *
	廃真空管でできる実験	1-2	金山広吉
	電子線回折管とその応用	22-2	進上芳雄
	電子線回折管の試作とその応用	21-1	進上芳雄
	パーソナルコンピュータによるエネルギーバンドの動的表示教材 . . .	31-4	大杉 功 *
	パソコンによるフェルミ・ディラック積分の計算とその応用 . . .	31-1	大杉 功 *
	電子顕微鏡の原理と結晶学への応用	26-2	丸山幸佑
	磁場の偏向による β 粒子のエネルギー測定	33-3	笠 耐 *
	PSSCにおける原子電子の扱いと高校物理教育における問題	10-1	吉本 市
相対論			
	電磁場と相対論（相対論導入への一つの試み）	33-4	綿引隆文
その他	電磁法則と相対性原理	15-4	藤崎達雄
その他			
	教材用熱発電器の試作	30-3	小島 勉 *
	電磁作用による結合振子の共振	30-3	千葉芳明
	電磁作用による振子子の減衰振動と共振	26-4	千葉芳明
	新しい物理実験 電氣的な音響実験について	10-1	芳本利次
その他	光電流に生ずる屈折点からプランク定数を求める実験 . . .	26-2	進上芳雄

「物理教育」電磁気論文一覧 (Vol.1-1～ 33-4)

* 共同発表者あり * 寄書 * 談話室 * α 欄 * 実験メモ

- | | | | |
|------|-------|--------|--|
| 1985 | 33-4 | 綿引隆文 | 電磁場と相対論 (相対論導入への一つの試み) |
| | 33-4 | 榎本成己 | パソコンの自動計測による平面上の電磁界分布測定 |
| | 33-4 | 下條隆嗣 * | 断熱不変量についてのマイクローコンピュータによるシミュレーション
—束縛電子と重い荷電粒子の衝突— |
| | 33-4 | 高橋成和 | 発電機型電磁誘導実験装置—エネルギー消費の問題も含めて |
| | 33-4 | 花崎文一 * | 無電極スペクトル放電管とイグナイタートランス |
| | 33-3 | 鬼塚史朗 | 相互誘導における位相差の測定 |
| | 33-3 | 鬼塚史朗 | —電流計とストップウォッチによる方法— |
| | 33-3 | 柿元 醇 | 自己誘導と相互誘導の実験 |
| | 33-3 | 笠 耐 * | 磁場の偏向による β 粒子のエネルギー測定 |
| | 33-3 | 伊藤幸夫 | 図形と式との関連について—電気抵抗の合成の場合 |
| | 33-3 | 矢野淳滋 | 電波実験器 |
| | 33-3* | 霜田光一 | 電磁誘導の新しいパラドックス |
| | 33-2 | 中川隆之 | パソコンを利用した電磁誘導の演示実験 |
| | 33-1 | 西条敏美 | 磁気振子による磁気力の逆二乗法則に関する簡単な生徒実験
—クーロンの実験(1785)の復原的方法— |
| | 33-1* | 染谷太郎 | ローレンツ力と静電エネルギー |
| | 33-1* | 金城啓一 | 超音波素子用発信器・受信増幅器について |
| | 33-1* | 石黒浩三 | 電磁気的な力に関して本誌に発表された最近のいくつかの論文を
拝読して |
| 1985 | 33-1 | 霜田光一 | レーザーとエレクトロニクスによる物理教育 |
| 1984 | 32-4 | 矢野淳滋 | ローレンツ力とホール効果 |
| | 32-3 | 山田盛夫 | Biot-Savart の法則の検証と電磁力のOHP実験 |
| | 32-3 | 大杉 功 * | パーソナルコンピュータによるPN接合の動的表示教材 |
| | 32-3* | 五十嵐靖則 | ローレンツ力による電磁誘導現象の説明
—ローレンツ力は真に仕事をしないのか?— |
| | 32-2 | 染谷太郎 | 平行二直線間力の考察 |
| | 32-2 | 須藤喜久男 | 電磁誘導法則の科学的検討 |
| | 32-2* | 須藤喜久男 | 磁束は磁石の運動に随伴するか |
| | 32-2 | 福山 豊 | フェライト磁石と音声信号を利用した演示実験 |
| | 32-2 | 柿元 醇 | 音の実験のための発振器の試作 |
| | 32-1 | 染谷太郎 | 線電流による電磁誘導現象 |
| | 32-1* | 五十嵐靖則 | L, C, 並列回路共振演示実験 |
| | 32-1* | 金城啓一 | 磁界中を動く導体内にできるのは電界 |
| 1984 | 32-1* | 青野 修 | ローレンツ力と電磁誘導 |
| 1983 | 31-4 | 前田健悟 * | 差動トランスによる線膨張の測定 |
| | 31-4 | 矢野淳滋 | 生使用クーロン力実験器 |
| | 31-4 | 平山 修 | 一様な磁場の湧き口の運動によって生じる電場について |
| | 31-4 | 大杉 功 * | マイクロコンピュータによるエネルギーバンドの動的表示教材 |
| | 31-4 | 安田 明 | 電気二重層コンデンサーの特性と利用 |
| | 31-3* | 青野 修 | 二つの直線電流が及ぼし合う力 |
| | 31-3* | 三門正吾 | 「電磁誘導法則実験器」の検出コイルの形状について |
| | 31-3* | 安田 明 | 電気二重層コンデンサーの製作実験 |
| | 31-3* | 五十嵐靖則 | ローレンツ力による電磁誘導現象の説明の混乱と誤解について |
| | 31-2 | 木下昭一 * | 小磁針をプローブとした電流のまわりの磁界の生徒実験
—その実践と吟味— |
| | 31-1 | 勝木 渥 | 二つの直線電流の間にはたらく力 |
| | 31-1 | 荒川泰二 * | 「等電位線の実験」の一方法 |
| | 31-1 | 大杉 功 * | パソコンによるフェルミ・ディラック積分の計算とその応用 |
| 1983 | 31-1* | 染谷太郎 | 電磁誘導法則の解釈 |
| 1982 | 30-4 | 五十嵐靖則 | 生徒実験用「電磁誘導法則実験器」の開発
—検出コイルの形状と起電力の直線性を廻って— |
| | 30-4 | 藤島一満 | ロジェーの跳躍子の設計 |
| | 30-4 | 津留俊介 * | LEDを用いた光速度測定 |
| | 30-4 | 飯田修一 | MKSP電磁気単位系の高校教育への導入—藤崎氏へのコメント |
| | 30-4* | 鎮田秀樹 | 換算質量と電気抵抗 |
| | 30-4* | 山本宗一 | MKSV単位系 |

	30-3	西条敏美	歴史的見地によるクーロン法則指導の意義と実際
	30-3	小島 勉*	教材用熱発電器の試作
	30-3	千葉芳明	電磁作用による結合振子の共振
	30-2	藤崎達雄	MKSP単位系と高校教育
	30-2	三門正吾	電磁誘導の法則の生徒用検証実験
1982	30-2	須藤喜久男	相互誘導と電荷の加速度運動との関係について
1981	29-4	染谷太郎	変形回路における磁気エネルギーについて
	29-4	安田節子*	電子蚊取り器に使われている感温半導体の特性
	29-3	片桐 泉	電池とモーターを用いた高校物理実験
	29-3	木下昭一*	一斉実験によるコンデンサの学習——その実践と吟味——
	29-2	永宮健夫	磁性
	29-2	奥野 浩	電場の流体モデルについて
	29-2	飯田修一	電磁気学の新しい単位系MKSP系による新しい電磁気学教育の 実行方法に就いて
	29-2	木下昭一*	高校物理における「静電界の作図学習」その実践
	29-2	山口重雄	一部の高等学校教科書「物理Ⅱ」にある電磁波の伝搬速度の説明は 正しいか
	29-1	中込八郎	スタートのコントロールできる方形波の発振器
	29-1	山下太利*	差動トランスを利用したヤング率の測定
1981	29-1	石川孝夫	電池とモーターから始める高校物理
1980	28-4	佐々木教夫	等電位実験によるクーロンの法則の考察
	28-3	田中憲治*	磁力線を図に描く実験(Ⅲ)
	28-3	深谷晃次	個人学習法による物理授業の試み
	28-2	矢野淳滋	接点開閉式電波発振器
	28-2	須藤喜久男	静電気メーターにおける静電誘導の過渡現象
1980	28-1	田中憲治*	磁力線を図に描く実験(Ⅰ)
1979	27-4	篠原省治	高校用電磁石の改造
	27-4	篠原省治	簡単な電気振動測定
	27-4	平井司寸	誘電体の帯電列
	27-3	山田盛夫	てんびん法による電流磁界の実験
	27-3	津留俊介*	同心円電極を用いた等電位線実験(Ⅱ)
	27-2	西条敏美	クーロン法則探究過程における直接的方法と間接的方法
1979	27-2	植村健一*	熱電流による電磁石の実験
1978	26-4	千葉芳明	電磁作用による振り子の減衰振動と共振
	26-4	霜田光一	平行導線を電磁波が伝わる機構の新しい説明
	26-3	竹山義雄*	種々の境界条件下における等電位線の実験
	26-3	津留俊介*	同心円電極を用いた等電位線実験
	26-3	吉岡明夫*	広い空隙をもつコンデンサーに流れる電流
	26-2	西岡正泰*	ダイオード温度計を用いた液体の比熱の測定
	26-2	丸山幸佑	電子顕微鏡の原理と結晶学への応用
	26-2	進上芳雄	光電流に生ずる屈折点からプランク定数を求める実験
	26-2	西条敏美	円形電流のつくる磁界の空間分布曲線の作図
	26-2	霜田光一	振動双極子からどうして電波が放射されるか
1978	26-1	楠原正子*	トランジスター増幅回路の周波数特性とパルスに対する応答
1977	25-4	藤井 清*	電流回路学習過程における問題点 ——形成的評価のためのCMIの活用例として——
	25-4	霜田光一	ローレンツ力の反作用
	25-3	霜田光一	ローレンツ力の反作用はどこにあるか?
	25-3	稲葉 正	電磁気の基本を発見的に学習する試案
	25-3	山田盛夫	μ , ϵ について
	25-2	柿元 醇	帯電体の電気量の測定——相接する2球について——
	25-2	飯田修一	電磁気学の新しい単位系と新しい考え方について
	25-2	山口雅之*	LED表示器とICを用いたユニバーサルカウンタ
	25-2	柏木岡吉	中学3年生の「力」と「電流」について
	25-2	石金益夫*	粒子モデルによる交流電流指導法
	25-1	那波信男*	エアトラックによる電磁制動の観測
	25-1	青木秀夫	導線を伝わる「信号の速さ」の測定
	25-1	石黒浩三	電気力線の作図
1977			——電気的雙極子のまわりの電気力線の時間的変化の追跡
1976	24-4	嶋田 治*	電子運動モデル実験器の開発について ——円板状小形フェライト磁石とエアテーブルを用いる二、三の実験

	24-4	鎌谷正行	脈流電源と物理実験
	24-4	新井洋二	等電位線実験の一例—円筒まわりの理想流体の流れ—
	24-4	赤沢 孝*	水銀接点リレーを用いた過渡現象の実験
	24-3	新井洋二	導電性銅塗料とデジタルパラメーターを用いた等電位線実験
	24-2	矢野淳滋	クルックス管の中で羽根車が回るわけ
	24-1	青木正義*	トランジスタの実験
	24-1	青木秀夫	交流法による等電位線の測定
	24-1	平田邦男	e/m 測定器用ヘルムホルツのコイルにおける電流と磁束密度との 関係の実験的決定法について
	24-1	石川徳治*	電流天秤の試作と実験
	24-1	大橋芳子*	工学部低学年における物理実験テーマの改善Ⅱ—半導体ダイオード
1976	24-1	山田盛夫	磁力線の効果的な観察法
1975	23-4	小松恵一	対向磁界を用いた e/m 測定
	23-4	篠原文陽児	カリキュラムと評価問題 —高等学校物理の粒子モデルによるオームの法則の取り扱い—
	23-3	近角聡信	最近の磁性研究と強磁場
	23-3	平田邦男	初等電磁気学における「電流と磁界」の教授体系について
	23-3	江口 保*	電解質溶液による電磁気現象
	23-3	安藤 潔	内部抵抗測定実験の試料としての電池
	23-2	石黒浩三	ビオサバルの式に対する電束電流の寄与の考察
	23-1	柿元 醇	バツグを用いたモデルの実験—高校の物理のために—
	23-1	長田信夫*	工学部低学年における物理実験テーマの改善Ⅰ —総論・固体の電気抵抗—
1975			
1974	22-4	石黒浩三	電束電流の磁気作用とビオサバルの法則
	22-4	草鹿堅一	フォトトランジスターを利用した弦の自動振動装置
	22-3	岡崎 正*	固体中の電子に働くローレンツ力の生徒実験 —生徒の理解プロセスとその指導—
	22-3	中込八郎	ICの物理実験への活用法
	22-2	山田盛夫	Biot Savart の法則の誘導法
	22-2	矢野淳滋	静電誘導型火花発振器
	22-2	進上芳雄	電子線回折管とその応用
	22-2	那波信男	ICを利用したスパーク・タイマーの自作
	22-1	福井常勝	平行電子線間の力
1974	22-1	石黒浩三	交流がつくる電場の検出
1973	21-4	森田一郎*	電子の速度、比電荷の測定と相対論的な影響について
	21-4	矢野淳滋	金属のホール効果による電子の流動速度測定
	21-4	山田盛夫	平行電流間の力
	21-3	石黒浩三	ローレンツ力の導入法に関する一つの試み
	21-2	海鋒修二	SMDを使った磁束計の試作とその利用
	21-2	霜田光一	記録ミリボルト計による平行平板コンデンサーの実験
	21-2	藤田喜一*	記録（電圧）計を使用したコンデンサーの実験
	21-2	矢野淳滋	記録計を用いた誘導起電力の測定
	21-2	田中文男	電磁誘導を利用したエア・トラックの記録装置
	21-1	進上芳雄	電子線回折管の試作とその応用
1973	21-1	中込八郎	周波数連続可変の電磁石の製作と活用法
1972	20-4	中込八郎*	電気素量の測定実験について
	20-3	今井 勇	電気伝導について
	20-3	霜田光一	飛行時間法による電子の比電荷の測定
	20-2	森田一郎*	電子の比電荷測定
	20-2	山田盛夫	交流によるJoule熱の考察
	20-2	藤田喜一*	探究の課程をとり入れた電気振動の指導
1972	20-1	霜田光一	電磁誘導の説明の混乱や誤解について
1971	19-2	伊藤慶雄	フレミングの法則とローレンツ力の一指導法
1970	18-3	永川堯久	コンデンサーに蓄えられるエネルギーの測定
	18-2	堀田昌邦	フレミングの法則について
	18-2	大川吉昭	ローレンツ力の指導について
1970	18-1	園分昌彦	高校前段階としての電流の指導についての考察
1969	17-2	那波信男	電流天秤の改良
	17-2	山田盛夫	電流の自由電子モデルについて
	17-2	柏木間吉	力線による場の指導法の問題点
	17-2	藤崎達雄	力線による場の指導について

1969	17-1	小田切理文	油滴実験とその教育的方法についての研究
1968	16-2	林 禎	コンデンサ実験上の留意点
	16-1	中込八郎	電気力線を示す実験
1968	16-1	須藤喜久男	交流記録タイマーについて
1967	15-4	藤崎達雄	電磁法則と相対性原理
	15-4	宮下敏司	PSSCのミリカンの実験装置を使用してみて
	15-1	花崎文一	磁束測定器
1967	15-1	藤崎達雄	CAS単位系の提唱
1966	14-4	後藤道夫	ミリカンの実験
	14-3	黒田芳郎	コンデンサーの実験
	14-2	伊藤信隆*	磁気コロイドによる磁区の観察
	14-2	林 禎	2.5 級の交流電圧計の周波数特性について
1966	14-2	林 禎	高校物理におけるインピーダンスの取扱いについて
1965	13-3	後藤道夫	半導体のモデルと実験
	13-2	鈴木 皇	電気天秤
	13-2	中込八郎	コイルを流れる電流について
	13-2	藤崎達雄	MKSA有理系について
	13-2	藤崎達雄	MKSA研究会報告
1965	13-1	荒川泰二	基礎教育における電磁気学に関する二、三の問題
1964	12-1	橘高知義	イオン泳動による電気力線
1964	12-1	堀田昌邦*	ブラウン管利用による電子の比電荷測定
1963	11-3	矢野淳滋	高圧電源を用いた二、三の実験
	11-3	越後宰男	コンデンサーについての生徒実験
	11-3	長谷川次郎	電気容量の測定
	11-3	堀田昌邦	一様な電界中におかれた帯電球に働く力の測定
	11-2	岩田一雄	m.k.s.A 有理単位系について
	11-2	越後宰男	大型コイルの製作とその効用について
	11-2	長谷川 忍	ダイオードの電圧対電流特性直視実験
	11-1	唐木 宏	初等電磁気学習における場の扱いについて
	11-1	井戸川功雄	電磁気学における漏洩Gおよび抵抗R(電信方程式中の)の力学との対応について
1963	11-1	長谷川 忍	トランジスタの基礎実験
1962	10-3	金代五郎	電子の比電荷の測定一同調指示管内の電界分布一
	10-2	榎谷正行	ゴム磁石の利用および磁界を示す実験
	10-27	花崎文一	導体内の電流を電子の移動と考えると電界質内の電流は導体内の倍になるか?
	10-27	黒田芳郎	コンデンサーの実験
	10-1	吉本 市	PSSCにおける原子電子の扱いと高校物理教育における問題
	10-1	芳本利次	新しい物理実験 電気的な音響実験について
	10-1	熊谷寛夫	電磁気学と大学・高校の物理教育について
1962	10-17	中込八郎	2極管にかける電圧について
1961	9-2	中谷雄治	Battery の自動充電方式の考案と研究
	9-2	中谷雄治	バッテリーの充電における電解液の温度自動制御装置の試作
	9-1	安藤 章	極超短波の高校物理実験への応用、その簡易実験装置の試作研究
	9-1	平田邦男	交流の実効値に関する実験
1961	9-1	後藤道夫	簡単なセレン光電池の作り方と実験法
1960	8-3	榎谷正行	三相交流および回転磁界の説明実験具
	8-2	中込八郎	直流電源について
	8-2	藤田喜一	オームの法則の実験指導とその考察
1960	8-1	菊池 誠	トランジスタの理論と応用
1959	7-3	石川孝夫	可変定電圧電源
	7-3	黒田芳郎	L-C Circuit における Electromagnetic Wave Resonance の実験
	7-2	徳広龍男*	Electron Tube を用いた Digital Circuit について
1959	7-2	加藤史郎	三相変相器による三相交流の実験
1958	6-2	黒田芳郎	Thyratron Pulse Generator による電気振動実験装置について
1958	6-2	篠原省治	電波の性質を見せる教師実験について
1957	5-2	篠原省治	二つの教師実験一水波の干渉と電界を見せる実験について
1956	4-17	多田芳郎	「電気分解の法則」の説明方法について
1955	3-37	花崎文一	水位と電位
1954	2-2	石田美雄	簡単な電気の実験
1953	1-2	金山広吉	廃真空管でできる実験

電磁気学通信討論資料集

1986年3月28日 発行

発行 日本物理教育学会
東京都小石川郵便局
私書箱29号

印刷 日本情報プリントセンター